



FACULTAD DE CIENCIAS

---

# **Simulación de peines de frecuencia óptica generados por láseres de semiconductor**

Simulation of optical frequency comb generated by  
semiconductor lasers

---

Trabajo de Fin de Grado para acceder al  
**Grado en Física**

*Autor*

Jaime DÍEZ GONZÁLEZ-PARDO

*Director*

Dr. Ángel VALLE GUTIERREZ

17 de septiembre de 2019

## Agradecimientos

Quiero dar las gracias a mi director de trabajo, el Prof. Ángel Valle, no solo por toda la dedicación y apoyo mostrados en todo momento y por introducirme en el desconocido mundo de la dinámica no lineal, sino también por animarme durante los últimos días a realizar el último gran esfuerzo, arrastrándole a él en ello.

También quiero dar las gracias a todas las personas que me han introducido en la física. En especial a mi profesor de matemáticas de secundaria, Feliz Horga, por aprovechar cualquier ocasión para salirse del temario y enseñarnos las cosas tan bonitas que esconde la física, y a mi hermano Álvaro por transmitirme con tanta pasión todo lo que aprendía de física.

Agradecerle a mi hermana, y en especial a mi padre, toda la paciencia que han demostrado tener estando siempre ahí. Gracias también a toda la gente que me ha acompañado durante estos cuatro años, en especial a Inés que tantas horas me ha aguantado.

Todo lo hago por tí, gracias Mamá.

## Resumen

En este trabajo se han estudiado las características de los peines de frecuencia óptica en láseres de semiconductor generados mediante las técnicas de encendido por ganancia e inyección óptica. Para ello se ha desarrollado un programa que ha permitido resolver las ecuaciones de balance mediante la implementación de un modelo numérico. Dichas ecuaciones de balance presentan términos de ruido estocástico por lo que ha sido necesario utilizar métodos de integración de ecuaciones diferenciales estocásticas para su resolución.

En la primera parte del trabajo se ha realizado el estudio de la simulación del láser de semiconductor en solitario, analizando los resultados para el láser en corriente continua y con encendido por ganancia. Para el caso del láser encendido por ganancia se ha procedido a caracterizar los peines de frecuencia óptica en función de la amplitud  $V_{RF}$  y la frecuencia  $f_R$  de la corriente inyectada. Se ha observado la creación y destrucción de los peines a medida que se aumentaba la amplitud, así como una mayor irregularidad para bajas frecuencias.

En las siguientes partes se ha analizado la generación de peines de frecuencia óptica mediante inyección de luz de un segundo láser, caracterizada por la potencia inyectada  $P_{Iny}$  y la diferencia de frecuencias entre ambos láseres  $\delta\nu$ . Primero se ha estudiado el caso de inyección óptica sin encendido por ganancia, pasando a continuación a estudiar el caso de combinar ambos métodos. El modelo ha permitido determinar las diferentes regiones dinámicas para distintas inyecciones, pudiendo identificar regiones con bifurcaciones de Hopf y de doblamiento de periodo.

Se ha obtenido un excelente acuerdo entre los resultados de la simulación y los experimentales [1,2], mostrando la gran capacidad predictiva del modelo.

**Palabras clave:** Láser de Semiconductor, Ecuaciones de Balance, Encendido por Ganancia, Inyección Óptica, Peines de Frecuencia Óptica.

### Abstract

In this dissertation we have studied the characteristics of the optical frequency combs in semiconductor lasers generated by gain-switching and optical injection. A program has been developed to solve rate equations by implementing a numerical model. These rate equations present terms of stochastic noise, being necessary to use methods of integration of stochastic differential equations for their resolution.

In the first part of the work, the study of the simulation of the solitary semiconductor laser has been carried out, analyzing the results for the laser in continuous wave and with gain-switching. In the case of the laser in gain-switching, the optical frequency combs have been characterized according to the amplitude  $V_{RF}$  and the frequency  $f_R$  of the injected current. The creation and destruction of combs has been observed as the amplitude was increased, as well as a greater irregularity for low frequencies.

In the following parts the generation of optical frequency combs has been analyzed by means of optical injection from a second laser, characterized by the injected power  $P_{Iny}$  and the detuning between both lasers' frequency  $\delta\nu$ . First, the case of optical injection without gain-switching has been studied, going on to study the combination of both methods. The model has allowed to determine the different dynamic regions for different injections, being able to identify regions with period doubling and Hopf bifurcations.

An excellent agreement has been obtained between the simulation results and the experimental ones [1,2], showing the great predictive capacity of the model.

**Key words:** Semiconductor Laser, Rate Equations, Gain Switching, Optical Injection, Optical Frequency Combs.

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>5</b>
1.1. Láseres de Semiconductor . . . . .	5
1.2. Procesos Estocásticos . . . . .	6
1.3. Dinámica No Lineal . . . . .	8
1.4. Peines de Frecuencia Óptica . . . . .	10
1.4.1. Encendido por Ganancia . . . . .	11
1.4.2. Inyección Óptica . . . . .	11
1.4.3. Aplicaciones . . . . .	12
<b>2. Modelo Computacional</b>	<b>13</b>
2.1. Modelo de láser de semiconductor encendido por ganancia . . . . .	13
2.2. Código de la Simulación . . . . .	15
2.2.1. Desarrollo de las Ecuaciones de Balance . . . . .	15
2.2.2. Transformada Rápida de Fourier . . . . .	16
2.2.3. Transitorio . . . . .	17
2.2.4. Simulación Principal . . . . .	17
<b>3. Láser en solitario</b>	<b>19</b>
3.1. Láser en corriente continua . . . . .	19
3.1.1. Espectros de emisión . . . . .	19
3.1.2. Oscilaciones de Relajación . . . . .	21
3.2. OFC en láser encendido por ganancia . . . . .	23
3.2.1. Efecto de la amplitud de modulación a altas frecuencias . . . . .	23
3.2.2. Efecto de la amplitud de modulación a bajas frecuencias . . . . .	26
<b>4. Inyección Óptica</b>	<b>29</b>
<b>5. Inyección Óptica en un láser encendido por ganancia</b>	<b>35</b>
<b>6. Conclusiones</b>	<b>38</b>
<b>A. Parámetros usados en la simulación</b>	<b>41</b>
<b>B. Código de la simulación</b>	<b>42</b>

# Capítulo 1

## Introducción

El uso de dispositivos eléctricos de semiconductor supuso un avance enorme en la tecnología, permitiendo desarrollar dispositivos más eficientes y pequeños, convirtiéndose en una parte fundamental de nuestra sociedad. Uno de estos dispositivos que han supuesto un gran avance son los láseres de semiconductor, que ha descubierto un enorme campo de estudio, debido a sus importantes propiedades y a la multitud de aplicaciones en diferentes áreas.

Este trabajo se centra en la creación de peines de frecuencia óptica (OFC de sus siglas en inglés) en un láser de semiconductor de emisión lateral y modo discreto. Estos OFC presentan características diversas en función de los parámetros que definen su proceso de creación, debido a la dinámica no lineal del láser.

El **objetivo** de este trabajo es el estudio computacional de diversas formas de generación de peines de frecuencia óptica en láseres de semiconductor. Estas técnicas son el encendido por ganancia, la inyección óptica y la combinación de ambas. Este estudio permitirá entender los procesos físicos relevantes en la formación de los OFC.

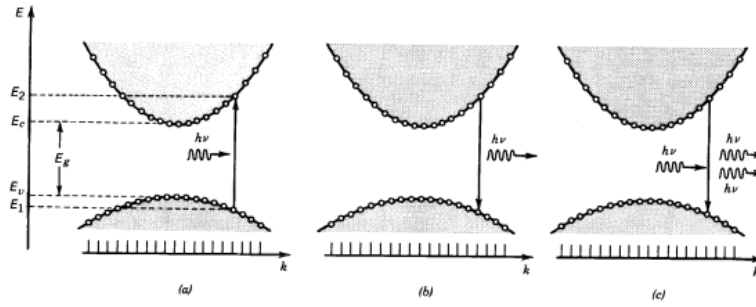
En este capítulo se han introducido los conceptos teóricos relevantes de los temas tratados en este trabajo. Se ha realizado una breve introducción sobre los láseres de semiconductor, los procesos estocásticos y la dinámica no lineal, pasando a continuación a describir los peines de frecuencia óptica y dos de los métodos utilizados para su obtención: el encendido por ganancia y la inyección óptica.

### 1.1. Láseres de Semiconductor

La característica principal de los semiconductores es la separación o gap entre la banda de valencia y la banda de conducción, con un valor pequeño ( $\epsilon_g = \epsilon_C - \epsilon_V \sim 0.1 - 3$  eV). Al tener un gap pequeño pueden darse saltos entre electrones de la banda de valencia y la banda de conducción, apartir de la mediación de un fotón. Estas interacciones solo se pueden dar para energías del fotón  $h\nu > \epsilon_g$ .

Las tres posibles formas de interacción luz-materia son la emisión espontánea, la emisión estimulada y la absorción. En un material semiconductor a  $T = 0K$  se tiene la banda de valencia completamente llena y la banda de conducción vacía. Al aumentar la temperatura se pueden dar saltos de los electrones a la banda de conducción debido al pequeño gap. Al situarse un electrón en un nivel superior de energía, éste tenderá a volver a su estado de mínima energía recombinan-

dose de nuevo en la banda de valencia, pudiendo emitir un fotón en el proceso. Este proceso es el denominado emisión espontánea en el que cada fotón puede tener diferente fase y dirección.



**Figura 1.1:** Esquema de bandas con las tres interacciones luz-materia en un semiconductor: (a) absorción, (b) emisión espontánea y (c) emisión estimulada [3].

El proceso clave para los láseres de semiconductor, al igual que para el resto, es la emisión estimulada. Si sobre el material con un electrón excitado en la banda de conducción, se incide con un fotón de frecuencia  $\nu_0$  igual a la diferencia de energías entre el estado excitado del electrón y el fundamental, existe una probabilidad mayor de que el electrón decaiga al nivel de menor energía. El fotón emitido en la recombinación del electrón tendrá las mismas propiedades que el fotón incidente, pudiendo estos dos fotones interactuar con más electrones excitados y así producir la amplificación de la radiación incidente. Sin embargo, para que esta amplificación continúe, debe haber una cantidad suficiente de electrones excitados. Para ello se utilizan fuentes de bombeo para obtener la inversión de población.

El medio en el cuál se producen la mayor parte de emisiones espontáneas y estimuladas se denomina medio activo y para los láseres de semiconductor suelen ser heteroestructuras por capas con una unión  $pn$  en la dirección de avance de la corriente. Cuando la corriente inyectada al láser es suficientemente grande, se obtienen suficientes electrones en la banda de conducción para amplificar la luz. Una ventaja de los láseres de semiconductor es su alta densidad de electrones, que permiten alcanzar grandes valores para la ganancia y unas distancias pequeñas de la cavidad, del orden de  $\sim 1$  mm.

La dirección del medio activo con respecto al haz de luz emitido permite diferenciar entre dos tipos de láseres de semiconductor. Los láseres de emisión vertical (VCSEL) presentan el medio activo ortogonal al haz de luz mientras que para los de emisión lateral el medio activo es paralelo al haz de luz emitida.

El tipo de láser de semiconductor que consideraremos en este trabajo es un láser de emisión lateral que emite en un solo modo y se llama láser de modo discreto (DML). Este tipo de láser se caracteriza por perturbaciones en el índice de refracción debidas a unos surcos paralelos a la región activa debajo del contacto eléctrico y realizados durante la fabricación, que seleccionan un único modo longitudinal.

## 1.2. Procesos Estocásticos

Los procesos estocásticos permiten describir la evolución temporal de un sistema con comportamiento aleatorio a partir de la probabilidad estadística de éste [4]. El ejemplo más relevante de

los procesos estocásticos es el movimiento Browniano, que describe la evolución de la posición de una partícula en el seno de un fluido, con impactos frecuentes e irregulares (aleatorios) con las partículas del fluido. El movimiento Browniano viene definido por la ecuación de Langevin y así, se puede describir su evolución realizando el promedio con diferentes perturbaciones aleatorias. Para el caso de un experimento esto equivaldría a realizar el promedio de los resultados, repitiendo el experimento un número suficiente de veces, hasta obtener la distribución de probabilidad del proceso. Una forma alternativa de resolución del movimiento Browniano es a partir de la ecuación de Fokker-Planck. Para la evolución unidimensional esta ecuación es la ecuación de difusión 1.1 que da la probabilidad de que la posición de la partícula,  $\bar{X}(t)$ , esté en  $x$  en un tiempo  $t$  con  $P = P(x, t)$ , donde  $D$  es el coeficiente de difusión.

$$\frac{\partial P}{\partial t} = D \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \quad (1.1)$$

Otro ejemplo de proceso estocástico es el de luz emitida por un láser, cuya principal fuente de aleatoriedad viene dada por la emisión espontánea. Cuando la distribución de probabilidad del sistema para un conjunto de variables, no varía para un desplazamiento en el tiempo, se dice que se trata de un proceso estocástico estacionario y se cumple que:

$$P(x_1, t_1, \dots, x_n, t_n) = P(x_1, t_1 + \delta t, \dots, x_n, t_n + \delta t) \quad (1.2)$$

$$P(x_1, t_1, x_2, t_2) = P(x_1, x_2, \tau) \rightarrow \text{con } \tau = t_2 - t_1$$

Así, la autocorrelación  $R(t_1, t_2) = E[\bar{X}(t_1)\bar{X}(t_2)] = R_\tau$  depende solo de la diferencia de tiempos  $\tau = t_1 - t_2$ . En la ecuación anterior  $E[\bar{X}(t_1)\bar{X}(t_2)]$  es el valor medio del producto de  $\bar{X}(t_1)$  por  $\bar{X}(t_2)$  sobre distintos resultados del experimento. Para un proceso estacionario, para el que la media es constante respecto a  $t$ , se puede relacionar la autocorrelación y el espectro de potencia  $S(\omega)$  mediante el teorema de Kintchine, y la transformada de Fourier.

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (1.3)$$

$$S(\omega) = \lim_{T \rightarrow 0} E \left[ \frac{1}{2T} \left| \int_{-T}^T \bar{X}(t) e^{-i\omega t} dt \right|^2 \right]$$

Hay un tipo especial de procesos estocásticos en los que las probabilidades condicionadas están determinadas por el conocimiento del pasado más reciente, los procesos Markovianos. Para ellos la densidad de probabilidad de que el proceso tome el valor  $z$  en  $t$ , sabiendo que tomó el valor  $y$  en  $t'$  ( $P(z, t|y, t')$ ), satisface la ecuación de Fokker Plank 1.4.

$$\frac{\partial P(z, t|y, t')}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} (A(z, t)P(z, t|y, t')) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} (B(z, t)P(z, t|y, t')) \quad (1.4)$$

Un desarrollo de la ecuación 1.4 con condición inicial  $P(z, t|y, t) = \delta(z - y)$  permite hallar una densidad de probabilidad  $P(z, t + \Delta t|y, t)$  gaussiana con media  $y(t) + A(y, t)\Delta t$  y varianza  $B\Delta t$ .

$$Z(t + \Delta t) = y(t) + A(y, t)\Delta t + \eta(t)\sqrt{\Delta t} \quad (1.5)$$

El sistema evoluciona con un arrastre sistemático  $y(t) + A(y, t)\Delta t$  sobre el que se superpone la fluctuación  $\eta(t)$ , gaussiana de media cero y varianza  $B$ .



Las ecuaciones diferenciales estocásticas vienen definidas por la ecuación de Langevin de la forma:

$$\frac{dx}{dt} = a(x, t) + b(x, t)\xi(t) \quad (1.6)$$

En la ecuación 1.6 aparece el término aleatorio  $\xi(t)$  que describe la fluctuación rápida e irregular, con  $\langle \xi(t) \rangle \equiv 0$  y  $\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = \delta(t - t')$ . A este término se le conoce como ruido blanco, debido a que se obtiene que el espectro de potencia es  $S(\omega) = 1$  según la ecuación 1.3 para  $R(\tau) = \langle \xi(t)\xi(t') \rangle$ .

Se obtiene que las ecuaciones 1.4 y 1.6 son equivalentes, por lo que se pueden simular procesos estocásticos mediante la resolución numérica de 1.4 o mediante la integración numérica de la ecuación diferencial estocástica 1.6.

Para la integración numérica de la ecuación estocástica 1.6 se ha utilizado el algoritmo de Euler, discretizando el valor de  $t$  ( $dt \approx \Delta t$ ) y que  $dx \approx x(t + \Delta t) - x(t)$ . Considerando estas aproximaciones y teniendo en cuenta su equivalencia con la ecuación 1.4 se ha obtenido la siguiente expresión:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + a(x, t)\Delta t + \eta(t)\sqrt{\Delta t} \quad (1.7)$$

$$\eta(t) \text{ Gaussiano} \rightarrow \eta = \sqrt{V[\eta]}Z + E[\eta] = bZ$$

En la ecuación 1.7 se muestran los términos del ruido gaussiano, siendo  $E[\eta] = 0$  su media,  $V[\eta] = b^2$  la varianza y  $Z_i = N(0, 1)$  una distribución de probabilidad gaussiana. De esta forma, la solución a la ecuación 1.6, considerando  $x_i = x(t_i)$ , queda [4]:

$$x_{i+1} = x_i + a(x_i, t_i)\Delta t + b(x_i, t_i)Z_i\sqrt{\Delta t} \quad (1.8)$$

### 1.3. Dinámica No Lineal

Los sistemas dinámicos son aquellos que pueden ser descritos mediante ecuaciones diferenciales ordinarias  $\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{f}(\vec{x})$  con  $\vec{x}$  continua en el espacio. Estos sistemas son a su vez sistemas deterministas, pues es posible, en principio, predecir su comportamiento futuro a partir del conocimiento preciso de su estado en un tiempo  $t$  anterior. Las variables  $\vec{x} = (x_1, \dots, x_p)$  forman el espacio de estados, que para un sistema mecánico es el espacio de fases con dimensión  $p = 2n$ , siendo  $n$  el número de grados de libertad.

El estudio de los sistemas dinámicos cuyas ecuaciones no evolucionan con un comportamiento lineal se denomina dinámica no lineal. Estos sistemas pueden realizar un comportamiento casi aleatorio y errático, obteniendo caos determinista. Los sistemas caóticos también se caracterizan por su gran sensibilidad a las condiciones iniciales, o *divergencia de trayectorias cercanas*. Esta divergencia puede producir diferencias muy notables al cabo de un cierto tiempo en las trayectorias de dos sistemas con condiciones iniciales muy similares, obteniendo un comportamiento impredecible del sistema. Sin embargo, los sistemas caóticos se consideran deterministas en el sentido de que es posible predecir su comportamiento futuro conociendo las condiciones iniciales exactas, a partir de la integración de las ecuaciones diferenciales del sistema.

Sin embargo, en los experimentos físicos reales es casi imposible recrear las condiciones iniciales con suficiente exactitud. Es por ello que cobra mayor importancia el concepto de estabilidad dinámica, definiendo ésta como la sensibilidad de una solución, a pequeñas variaciones de las condiciones

iniciales. Si se tienen dos trayectorias  $x(t)$  e  $y(t)$  para las cuales en un instante dado  $t_0$ ,  $x(t_0)$  e  $y(t_0)$  están suficientemente cerca,  $x(t)$  será uniformemente estable en el sentido de *Lyapunov* si  $x(t)$  e  $y(t)$  se mantienen próximos en todo el tiempo.

Los sistemas en los cuales el volumen fásico, o volumen en el espacio fásico  $p$ -dimensional, no permanece constante a medida que el sistema evoluciona se los denomina sistemas disipativos. Para los sistemas disipativos el volumen fásico tiende a contraerse a medida que pasa el tiempo, obteniendo para tiempos largos un comportamiento más independiente de las condiciones iniciales. Esto quiere decir que, a medida que el sistema disipativo evoluciona en el tiempo, la trayectoria en el espacio de estados tiende a un punto, curva u objeto geométrico, denominado atractor. Al conjunto de condiciones iniciales que dan lugar al atractor para  $t \rightarrow \infty$  se le denomina *Base de Atracción*. Se pueden distinguir diferentes tipos de atractor según el objeto geométrico del que se trate: punto fijo, ciclo límite, superficies cerradas y atractores extraños.

Al igual que las condiciones iniciales pueden cambiar el comportamiento futuro del sistema, pequeños cambios en los parámetros pueden producir un cambio en las soluciones. El estudio de estos efectos se realiza mediante el análisis de la estabilidad estructural. Los autovalores que caracterizan la estabilidad de las soluciones, dependen de los parámetros del sistema. De este modo, un cambio en los parámetros pueden modificar la estabilidad de la solución. El cambio en el comportamiento de un sistema al modificar el valor de un parámetro se le llama bifurcación y al estudio de dichos efectos teoría de bifurcaciones.

Se denomina punto fijo  $X_{i0}$  a la solución para la cuál la trayectoria llega y se queda en ese valor fijo. Un punto fijo puede ser estable, si las trayectorias que empiezan cerca de él se mantienen siempre cerca de éste, inestable o punto de silla. Para los espacios de estado 1-dimensional el atractor es siempre un punto fijo.

Si la trayectoria en el espacio de estados es periódica rodeando a un punto fijo, a dicho punto fijo se le denomina CENTRO y a la curva cerrada CICLO LÍMITE. Este ciclo límite puede ser estable, si las trayectorias en la vecindad son atraídas, o inestables si son repelidas. Al nacimiento de un ciclo límite desde un punto fijo se le conoce como bifurcación de Hopf. Otro tipo de bifurcación es la de doblamiento de periodo, en la que una solución periódica, de periodo  $T$ , pierde su estabilidad al cambiar un parámetro del sistema, siendo el nuevo atractor una solución periódica de periodo doble,  $2T$ .

La divergencia de trayectorias cercanas en el espacio de estados define el comportamiento caótico, para el cuál se han de cumplir tres condiciones: Las trayectorias distintas no se pueden cortar, han de estar acotadas y las trayectorias cercanas han de diverger exponencialmente. Estas condiciones solo se cumplen para espacios de estados con dimensión  $\geq 3$  y se denominan atractores extraños a los asociados a dichas trayectorias. La condición de divergencia exponencial de dos trayectorias cercanas sobre el atractor viene definida por la ecuación 1.9.

$$d(t) = d_0 e^{\lambda t} \quad (1.9)$$

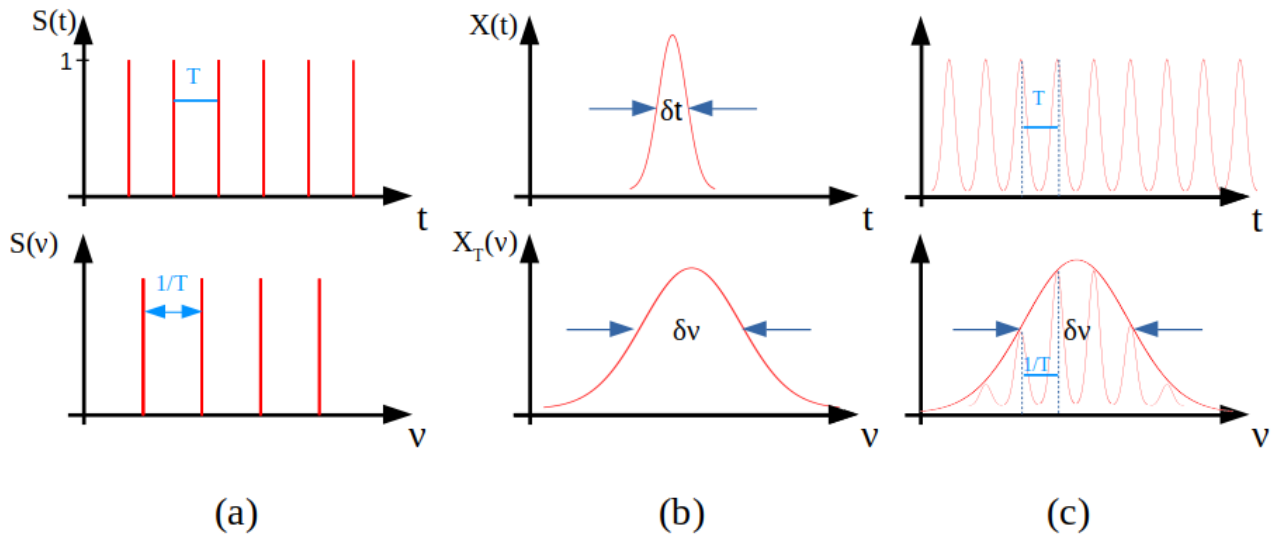
En la ecuación 1.9 el término  $d_0$  es la separación entre las trayectorias para  $t = 0$  y  $\lambda$  es el exponente de Lyapunov, que toma valores  $\lambda > 0$  para el comportamiento caótico. Otro indicador del comportamiento caótico del sistema puede obtenerse a partir del espectro de potencia de la señal del sistema. El espectro de potencia  $P(\omega)$  se define a partir de la transformada de Fourier de la señal  $x(t)$  según la ecuación 1.10.

$$P(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} |\mathcal{F}(x)(\omega)|^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \left| \int_0^T x(t) e^{i\omega t} dt \right|^2 \quad (1.10)$$

El espectro de potencias de un movimiento periódico consiste en líneas discretas bien definidas para ciertas frecuencias, mientras que para el caso del movimiento caótico se obtiene una función ruidosa y de un gran ancho en frecuencias.

## 1.4. Peines de Frecuencia Óptica

Las líneas de emisión de un láser de semiconductor se obtienen del espectro óptico, definido como el módulo cuadrado de la transformada de Fourier del campo eléctrico, que depende de la potencia del láser y de la fase óptica de éste. Para un láser en corriente continua, el campo eléctrico, sin ningún tipo de ruido, alcanza un valor constante y así, su transformada de Fourier es una función delta de Dirac  $\delta(\nu - \nu_0)$ , obteniendo en el espectro una única línea de emisión bien definida para una cierta frecuencia  $\nu_0$ .



**Figura 1.2:** Esquemas de la relación entre la función de la evolución temporal de una señal (fila superior) y su transformada de Fourier en el espacio de frecuencias  $\nu$  (fila inferior), para tres tipos de señales: (a) tren de pulsos infinitamente estrechos, (b) un único pulso con anchura (FWHM)  $\delta t$  y (c) un tren de pulsos con anchura (FWHM)  $\delta t$ .

Si se tiene una señal formada por un tren de pulsos infinitamente estrechos separados un tiempo  $T$ , se sabe por su transformada de Fourier que el espectro óptico en frecuencias ha de ser otro tren de pulsos infinitamente estrechos, pero separados  $1/T$  (Figura 1.2 (a)). Sin embargo, en los experimentos no es posible obtener pulsos infinitamente estrechos sino que se tiene pulsos con una cierta anchura FWHM (siglas en inglés de anchura a media altura). Su espectro óptico será otro pulso con FWHM  $\delta \nu$  (Figura 1.2 (b)), donde se tiene que se ha de cumplir que el producto  $\delta \nu \delta t$  es constante. En la ecuación 1.11 se muestran diferentes valores del producto  $\delta \nu \delta t$  según la forma del pulso en  $t$ .

$$\delta\nu\delta t = \begin{cases} 0.315 & \text{sech}^2 \\ 0.44 & \text{Gaussiana} \end{cases} \quad (1.11)$$

Un tren de pulsos con ancho  $\delta t$  será la combinación de las dos señales anteriores y su expresión vendrá dada por la convolución de ambas funciones. Su transformada de Fourier es el producto de las transformadas de Fourier de las funciones anteriores, obteniendo un espectro formado por pulsos estrechos con una separación entre ellos de  $1/T$  y cuya envolvente viene dada por la forma del espectro del pulso individual (Figura 1.2 (c)). A este tipo de espectros se les denomina peines.

Los peines de frecuencia óptica (OFC por sus siglas en inglés) son fuentes ópticas formados por un gran número líneas de emisión con un espaciado preciso y equidistante. Los OFC vienen caracterizados tanto por la forma de la envolvente como por la separación entre los picos, obteniendo OFC de mayor calidad para envolventes anchas y regulares. Esto se obtiene para campos eléctricos con pulsos regulares, estrechos e intensos.

Cabe recordar que los espectros ópticos se obtienen a partir del campo eléctrico, cuyo comportamiento puede ser descrito mediante una ecuación de ondas de la que obtenemos una fase óptica  $\Phi$  y una amplitud relacionada con la potencia del láser. Mientras que para la potencia puede ser descrita con el desarrollo anterior, los efectos de la fase óptica son diferentes. De esta forma, los efectos que se observan al estudiar los OFC son el resultado de la evolución de amplitud y fase óptica. Uno de los efectos de la fase óptica en los OFC se puede observar en la anchura de las líneas espectrales, que disminuye para fases menos aleatorias.

Pese a que existen diferentes mecanismos de creación de OFC, en este trabajo se estudiarán solo los métodos de generación de OFC mediante encendido por ganancia y por inyección óptica.

#### 1.4.1. Encendido por Ganancia

El encendido por ganancia (*Gain-Switching* en inglés) es una técnica mediante la cuál se alcanza rápidamente un alto valor para la ganancia del láser [5]. Esta técnica permite generar pulsos del láser de corta duración y grandes picos de potencia, pudiendo obtener OFC de gran calidad. El encendido por ganancia consiste en conseguir que la inversión de población, y por tanto la ganancia, alcance un valor muy por encima del valor umbral antes de que la densidad de fotones tenga tiempo de alcanzar un nivel suficiente para reducir la inversión.

El uso de pulsos de bombeo suficientemente rápidos, corriente eléctrica en el caso de láseres de semiconductor, permite alcanzar la condición de la inversión de población, alcanzando el encendido por ganancia. Mediante el uso de corriente de inyección modulada por una función sinusoidal se puede controlar la forma del pulso de bombeo a partir de la amplitud y frecuencia, controlando los valores óptimos de ancho y potencia de pulsos ópticos para el encendido por ganancia.

#### 1.4.2. Inyección Óptica

Otro método de generación de OFC es mediante la inyección óptica. Ésta consiste en inyectar fotones provenientes de un segundo láser al láser de semiconductor. Bajo determinadas condiciones de potencia y frecuencia del láser que inyecta, se pueden obtener OFC. Puesto que se va a trabajar con láseres de semiconductor, cabe destacar la gran sensibilidad de éstos a la inyección óptica debida

entre otras cosas al acoplamiento amplitud-fase a través del factor de ensanchamiento del ancho de línea [6].

Para un láser sin inyección de luz, la fase evoluciona de manera aleatoria en el tiempo, principalmente debido a la emisión espontánea, y así se obtienen anchos de línea grandes (del orden del MHz para un láser monomodo). Sin embargo, al realizarse la inyección de luz las características de la fase del láser inyectado pasan a estar determinadas por la inyección, pudiendo obtener un fase menos aleatoria si el espectro óptico del láser que inyecta es más estrecho. De esta forma se tiene un menor ruido en la fase, obteniendo picos más estrechos en el OFC.

Este método también puede producir otro fenómeno bajo unas condiciones determinadas, conocido como bloqueo por inyección. Si se tiene una inyección óptica de fotones de frecuencia diferente a la del láser inyectado, bajo ciertas condiciones se puede dar que el láser inyectado comience a emitir en la frecuencia del láser que inyecta, desapareciendo la emisión del láser inyectado a la frecuencia de emisión en solitario.

### 1.4.3. Aplicaciones

Tal y como se ha descrito anteriormente, los OFC presentan líneas de emisión bien definidas, perfectamente equiespaciadas y con una fuerte correlación en la fase [7]. Ésto les convierte en una herramienta de gran interés para la espectroscopía y las comunicaciones ópticas.

Los OFC permiten obtener varias líneas de emisión bien definidas y equiespaciadas para diferentes longitudes de onda a partir de la emisión de un único láser. De esta forma permite sustituir sistemas formados por múltiples láseres independientes, disminuyendo costes, consumo de potencia y complejidad. Estos sistemas con láseres independientes se utilizan en la actualidad en comunicaciones ópticas de alta velocidad y se les llama DWDM (*Dense wavelength division multiplexing* en inglés). Si a esto se le añade la capacidad de ajustar la frecuencia de separación entre las líneas o la longitud de onda de éstas, se obtiene unas cualidades de gran importancia para su uso en comunicaciones ópticas. Esta capacidad de ajuste se puede obtener con los OFC en láseres de semiconductor en encendido por ganancia. Además, la correlación de fases del OFC presenta múltiples ventajas para la transmisión por fibra óptica, pudiendo ser utilizada para cancelar los efectos no lineales que distorsionan la información que viaja por la fibra, pudiendo recuperar dicha información [8]. Para las aplicaciones en comunicaciones ópticas de alta velocidad, son deseables OFC con una gran separación entre líneas. Sin embargo, para las aplicaciones de espectroscopía óptica se requieren OFC con separación entre líneas pequeña, para obtener espectros con buena resolución.

## Capítulo 2

# Modelo Computacional

Los modelos teóricos de sistemas físicos permiten entender mejor los procesos observados experimentalmente conociendo más a fondo la física del problema. Las simulaciones computacionales han supuesto una importante herramienta para el cálculo de estos modelos, permitiendo predecir y reproducir los procesos físicos de sistemas complejos. En este capítulo se detallará el modelo teórico utilizado para describir la dinámica del láser de semiconductor encendido por ganancia con inyección óptica. También se realizará una breve explicación del código escrito para la simulación computacional.

### 2.1. Modelo de láser de semiconductor encendido por ganancia

La interacción entre los fotones y los portadores en un laser de semiconductor monomodo, incluyendo la fase del campo óptico, puede ser modelado usando la aproximación de las ecuaciones de balance conocida [1], [9], [10]. A continuación se muestran las ecuaciones utilizadas para describir la dinámica de la densidad de portadores ( $N(t)$ ), la densidad de fotones ( $S(t)$ ) y la fase óptica ( $\Phi(t)$ ).

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I(t)}{eV_{act}} - R(N) - \frac{v_g g(N)S(t)}{1 + \epsilon S(t)} \quad (2.1)$$

$$\frac{dS}{dt} = \left[ \frac{\Gamma v_g g(N)}{1 + \epsilon S(t)} - \frac{1}{\tau_p} \right] S(t) + \beta \Gamma B N^2(t) + \sqrt{2\beta \Gamma B N^2(t) S(t)} F_S(t) + Y_S(t) \quad (2.2)$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\alpha}{2} \left[ \Gamma v_g g(N) - \frac{1}{\tau_p} \right] + 2\pi \Delta\nu(I) + \sqrt{\frac{\beta \Gamma B N^2(t)}{2S(t)}} F_\Phi(t) + Y_\Phi(t) \quad (2.3)$$

En las ecuaciones 2.1-2.3 aparecen la corriente inyectada  $I(t)$ ,  $V_{act}$  el volumen de la región activa,  $e$  la carga del electrón,  $R(N)$  velocidad de recombinación de portadores de carga,  $v_g$  la velocidad de grupo,  $g(N)$  la ganancia del material,  $\epsilon$  el coeficiente no lineal de ganancia,  $\Gamma$  el factor de confinamiento óptico,  $\tau_p$  el tiempo de vida del fotón,  $\beta$  la fracción de emisión espontánea acoplada al modo del láser y  $\alpha$  el factor de ensanchamiento de línea. Los términos  $Y_S(t)$  y  $Y_\Phi(t)$  describen la inyección óptica externa, y sus expresiones se detallarán más adelante. En la ecuación 2.3 se ha incluido un término adicional  $\Delta\nu(I)$  que depende de la corriente inyectada y que es la diferencia de frecuencias entre la frecuencia de emisión dicha corriente y la frecuencia de emisión en la corriente umbral.

Para nuestro estudio también resulta interesante la obtención del denominado Chirp en frecuencia,  $\nu_{chirp}$ .

$$\nu_{chirp} = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.4)$$

Los términos de Langevin  $F_S$  y  $F_\Phi$  de las ecuaciones 2.2 y 2.3, representan ruidos estocásticos adicionales debidos a la emisión espontánea, con las siguientes relaciones de correlación:

$$\langle F_i(t) F_j(t') \rangle = 2\delta_{ij} \delta(t - t') \quad (2.5)$$

En la ecuación 2.5  $\delta(t)$  es la función delta de Dirac y  $\delta_{ij}$  es la función delta de Kronecker, con los subíndices  $i$  y  $j$  referentes a las variables  $S$  y  $\Phi$ .

La ganancia del material  $g(N)$  viene descrita por la ecuación 2.6, donde  $\frac{dg}{dN}$  es la ganancia diferencial y  $N_{tr}$  es la densidad de portadores en transparencia.

$$g(N) = \frac{dg}{dN} (N - N_{tr}) \quad (2.6)$$

La recombinación de portadores  $R(N)$  se muestra en la ecuación 2.7, con  $A$ ,  $B$  y  $C$  los coeficientes de recombinación no radiativa, espontánea y de Auger, respectivamente.

$$R(N) = AN + BN^2 + CN^3 \quad (2.7)$$

Si se desprecian los efectos eléctricos de alta frecuencia, se puede expresar la corriente inyectada  $I(t)$  tal y como se muestra en la ecuación 2.8.

$$I(t) = I_{bias} + \frac{2\sqrt{2}V_{RF}}{Z_0 + Z_l} \sin(2\pi f_R t) \quad (2.8)$$

En la ecuación 2.8  $I_{bias}$  es la corriente en continua aplicada al láser (corriente de polarización),  $f_R$  la frecuencia de repetición,  $V_{RF}$  es el valor del voltaje (RMS, *root mean squared*) del generador de señal,  $Z_0$  la impedancia de salida del generador, y  $Z_l$  la impedancia del módulo láser.

La potencia de salida del láser es obtenida a partir de la densidad de fotones  $S(t)$  mediante la ecuación 2.9, donde  $\eta_f$  es la eficiencia cuántica externa en fibra dada por el producto de la eficiencia cuántica diferencial y la eficiencia de acoplamiento,  $h$  es la constante de Planck y  $f_0$  es la frecuencia de emisión del láser.

$$P(t) = \eta_f \frac{hf_0 V_{act}}{\Gamma \tau_p} S(t) \quad (2.9)$$

Para los casos en los que se tenga inyección óptica, ésta vendrá dada por los términos  $Y_S$  y  $Y_\Phi$  de las ecuaciones 2.2 y 2.3 [9].

$$Y_S = 2k_c \sqrt{S(t) S_{Iny}} \cos(\Phi(t) - 2\pi \delta \nu' t) \quad (2.10)$$

$$Y_\Phi = -k_c \sqrt{\frac{S_{Iny}}{S(t)}} \sin(\Phi(t) - 2\pi \delta \nu' t) \quad (2.11)$$

En las ecuaciones 2.10 y 2.11 el término  $S_{Iny}$  hace referencia a la densidad de fotones debida a la inyección óptica, que es proporcional a la potencia de inyección  $P_{Iny}$  a partir de la ecuación 2.9.

El término  $k_c$  es el coeficiente de acoplamiento entre el láser maestro y el láser esclavo, y  $\delta\nu'$  es la desviación de la frecuencia del láser maestro respecto a la frecuencia del láser esclavo en el umbral.

De cara a la obtención de los espectros ópticos y los peines de frecuencia, se ha descrito el campo óptico total  $E_T(t)$  como una onda con amplitud proporcional a la raíz cuadrada de la potencia de salida  $P(t)$  y fase la fase óptica del láser  $\Phi(t)$ , tal y como se muestra en la ecuación 2.12.

$$E_T(t) = \sqrt{P(t)}e^{i\Phi(t)} \quad (2.12)$$

## 2.2. Código de la Simulación

El código utilizado para la simulación de la dinámica del láser de semiconductor encendido por ganancia se ha desarrollado utilizando el lenguaje de programación Python, versión python 2.7. Los diferentes scripts utilizados para la simulación [11] permiten resolver las ecuaciones de balance 2.1-2.3.

### 2.2.1. Desarrollo de las Ecuaciones de Balance

Para el cálculo de las ecuaciones de balance se ha utilizado el método de resolución de ecuaciones estocásticas descrito en la sección 1.2, expandiendo las ecuaciones 2.1-2.3 con las expresiones 2.6 2.7 y 2.8. Se han incluido también los términos de la inyección óptica 2.10 y 2.11.

$$\begin{aligned} N(t + \Delta t) = & N(t) + \frac{\Delta t I_{bias}}{eV_{act}} + \frac{\Delta t 2\sqrt{2}V_{RF}}{eV_{act}(Z_0 + Z_l)} \sin(2\pi f_R t) \\ & - A\Delta t N(t) - B\Delta t N(t)^2 - C\Delta t N(t)^3 \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} S(t + \Delta t) = & S(t) + \Gamma v_g \frac{dg}{dN} \Delta t N(t) \frac{1}{1/S(t) + \epsilon} - \Gamma v_g \frac{dg}{dN} \Delta t N_{tr} \frac{1}{1/S(t) + \epsilon} \\ & - \frac{\Delta t}{\tau_p} S(t) + \beta \Gamma B \Delta t N(t)^2 + \sqrt{2\beta \Gamma B \Delta t N^2(t) S(t)} X_i \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} \Phi(t + \Delta t) = & \Phi(t) + \frac{\alpha}{2} \Gamma v_g \frac{dg}{dN} \Delta t N(t) - \frac{\alpha}{2} \Gamma v_g \frac{dg}{dN} N_{tr} - \frac{\alpha \Delta t}{2\tau_p} + 2\pi \Delta \nu(I) \Delta t \\ & + 2k_c \Delta t \sqrt{S(t) S_{iny}} \cos(\Phi(t) - 2\pi \delta \nu' t) \\ & + \sqrt{\frac{\beta \Gamma B \Delta t N^2(t)}{2S(t)}} Y_i - k_c \Delta t \sqrt{\frac{S_{iny}}{S(t)}} \sin(\Phi(t) - 2\pi \delta \nu' t) \end{aligned} \quad (2.15)$$

En las ecuaciones 2.13-2.15 aparecen:  $\Delta t$  el tiempo de integración,  $\Delta \nu(I)$  la diferencia de frecuencias entre la frecuencia de emisión a  $I_{bias}$  y la frecuencia de emisión en la corriente umbral [2] y los términos de ruido gaussiano  $X_i$  e  $Y_i$  distribuidos según una normal de media 0 y desviación típica 1,  $N(0,1)$ , e independientes entre sí. Para estos términos de ruido gaussiano  $X_i$  e  $Y_i$  se ha utilizado la función `numpy.random.normal(loc=0, scale=1, size=nTotal)` de la librería NumPy para Python [12]. Los valores de los parámetros utilizados para resolver las ecuaciones 2.13-2.15 se muestran en la tabla A.1 del anexo A.



A partir de estas ecuaciones se han obtenido diferentes términos que no dependen del tiempo (independientes de  $N(t)$  y  $S(t)$ ), permitiendo ser calculados antes de la ejecución de la simulación. Ésto se realiza en el script `Constants.py`, que es importado al realizar la simulación, ahorrando tiempo de computación. Con éste objetivo también se han desarrollado las funciones seno y coseno de los términos de la inyección teniendo en cuenta las propiedades de estas funciones para resta de ángulos.

$$\begin{aligned}\sin(u - v) &= \sin(u) \cos(v) - \cos(u) \sin(v) \\ \cos(u - v) &= \cos(u) \cos(v) + \sin(u) \sin(v)\end{aligned}\tag{2.16}$$

Los términos de la inyección óptica  $Y_S$  e  $Y_\Phi$  de las ecuaciones 2.10 y 2.11 vienen caracterizados por  $S_{Iny}$  y  $\delta v'$ . Sin embargo, para un mayor entendimiento en la comparación con los resultados experimentales, la inyección óptica en la simulación ha sido caracterizada por su potencia inyectada  $P_{Iny}$ , pudiendo obtener  $S_{Iny}$  con la ecuación 2.9, y por la diferencia de frecuencias  $\delta v$  entre la frecuencia de inyección del láser maestro  $\nu_{ML}$  y la frecuencia de emisión del láser esclavo sin encendido por ganancia  $\nu$ , que depende de la corriente  $I_{bias}$ . Puesto que  $\delta v'$  viene definido por la frecuencia de emisión del láser esclavo en el umbral  $\nu_{th}$ , la relación entre  $\delta v$  y  $\delta v'$  es:

$$\delta v' = \delta v - \nu_{th} + \nu\tag{2.17}$$

También se observa en la ecuación 2.13 como la modulación de la corriente  $I(t)$  solo depende del tiempo, por lo que  $\sin(2\pi f_R t)$  puede ser calculado y almacenado en un vector al comienzo de la simulación, ahorrando tiempo de cálculo.

En `Constants.py` se computan, junto con los términos independientes de  $N(t)$  y  $S(t)$  de las ecuaciones 2.13-2.15, el resto de parámetros de dichas ecuaciones necesarios para la realización de la simulación, obtenidos de [1] y [2].

Puesto que en las ecuaciones 2.13-2.15 se trabaja en referencia a una corriente umbral y una frecuencia umbral, es necesario tener en cuenta los cambios de determinados términos con la corriente de polarización  $I_{bias}$ . En el script `getDictValues.py` se inicializan los diferentes valores de la frecuencia de emisión  $\nu$ , la diferencia de frecuencias respecto a la frecuencia de emisión en la corriente umbral [2] y el corrimiento de frecuencias de la transformada rápida de Fourier (FFT de sus siglas en inglés); en diccionarios de python.

### 2.2.2. Transformada Rápida de Fourier

Los espectros ópticos del láser de semiconductor se obtienen a partir del módulo cuadrado de la transformada de Fourier del campo eléctrico total  $E_T(t)$  de la ecuación 2.12. Para ello se ha utilizado la función `numpy.fft.fft()` para la FFT y `numpy.abs()` para el módulo, de la librería NumPy [12].

La clase `numpy.fft` utiliza los algoritmos [13] y [14] para la resolución de la FFT, devolviendo un array de números complejos con el tamaño del array introducido. El espectro óptico es una variable real por lo que corresponde al módulo cuadrado de dicho array.

Las frecuencias de la FFT realizada para un paso de  $\Delta N$  viene dado por el intervalo  $[-\frac{1}{2\Delta N}, \frac{1}{2\Delta N})$  centrado en el cero. Para el caso del láser de semiconductor hay que sumar una cantidad a las frecuencias dadas por la FFT para que el espectro quede centrado en la frecuencia de emisión,  $\nu$ . La cantidad que hay que sumar es  $\nu_{th} - \frac{C(I)}{2\pi}$ , donde  $C(I)$  viene dado por la ecuación 2.18

$$C(I) = \frac{\alpha}{2} \left[ \Gamma v_g g(N) - \frac{1}{\tau_p} \right] \quad (2.18)$$

Se obtiene que para corriente continua la expresión 2.18 toma un valor aproximadamente constante para tiempos grandes, dependiendo dicho valor de la corriente utilizada. En el script `get_phaseTerm.py` se han obtenido varios valores de  $C(I)$  para diferentes corrientes  $I_{bias}$ .

### 2.2.3. Transitorio

Al incluir el término de ruido de  $S(t)$  en la simulación aparecen problemas en la ejecución del programa debido al factor  $\sqrt{S(t)}$ . Esto se debe a que para tiempos pequeños el término de ruido  $Y_i$  produce grandes cambios en  $S(t)$ , pudiéndose obtener valores negativos y así  $\sqrt{S(t)}$  no tiene solución real. Sin embargo, para tiempos mayores  $S(t)$  crece lo suficiente como para no observarse valores negativos. En estos tiempos pequeños el láser comienza a encenderse, no siendo esta región de interés para el estudio de la formación de los espectros.

Por este motivo, la solución a este error ha sido tomar un tiempo inicial, transitorio, en el que se ha modificado la ecuación 2.14 trabajando con  $\sqrt{|S(t)|}$  de tal forma que no se produzca dicho error. Este tiempo ha de ser suficientemente grande como para que pasado dicho tiempo no se observe dicho comportamiento y la ecuación 2.14 vuelva a ser válida. Los resultados para dicho tiempo se han despreciado, no considerándose para los espectros ópticos.

Una solución más rigurosa a este problema habría consistido en bajar el paso de integración lo suficiente como para que el efecto de  $Y_i$  no consiga cambiar el signo de  $S(t)$ . Dicha solución se desestimó debido al enorme coste computacional que requería, ya que hubiese sido necesario disminuir el paso de integración más de dos ordenes de magnitud.

### 2.2.4. Simulación Principal

La simulación principal de las variables internas del láser se realizan en la clase `Simulation(iBias, vRF, fR, pwrInjct=0, nuDetng=0, numWindw=1)` (Apéndice B). A esta clase se les pasa como parametros los valores de  $I_{bias}$ ,  $V_{RF}$ ,  $f_R$ ,  $P_{Iny}$  y  $\delta\nu$  que caracterizan tanto el encendido por ganancia como la inyección óptica. Además, se pasa el número de ventanas para realizar la simulación. Esto es debido a la definición del espectro óptico como un promedio, y así, se debería realizar la FFT para varias ventanas. Sin embargo, se ha trabajado con una sola ventana para obtener un mayor acuerdo con los resultados experimentales, en los que no se ha realizado ningún promedio.

Dentro de esta clase se definen los tiempos de la ventana y del transitorio. Debido al algoritmo utilizado para la FFT se ha cumplir que el tiempo de la ventana sea el paso de la FFT  $\Delta N$  por una potencia de dos  $\frac{t_{Total}}{\Delta N} = 2^n$ . En este trabajo se ha utilizado típicamente  $\Delta t = 0.01$  ps,  $\Delta N = 2.5$  ps y  $t_{Total} = 40.96$  ns.

En la simulación se ha trabajado con diferentes bucles que recorren diferentes intervalos de tiempo. El primer bucle hace referencia a las ventanas de trabajo para las que se va a realizar el promedio de la resolución de las ecuaciones de balance. Dentro de este bucle es donde se inicializan los vectores de ruido gaussiano y se resuelven la ecuaciones en dos bloques. En el primer bloque se realiza la integración de las ecuaciones para el tiempo del transitorio, trabajando con el arreglo de  $\sqrt{|S(t)|}$ . En el segundo bloque se realiza para el tiempo total de la ventana, y se almacenan los resultados de las variables. Ambos bloques comparten la misma estructura formada por dos

bucles: el primero que recorre el tiempo de la ventana (o transitorio), con pasos de la FFT  $\Delta N$ ; y otro que recorre los pasos de la FFT para los pasos de la integración. El cálculo de las variables se realiza dentro de éste segundo bucle y al finalizar, se calcula el campo electrico (ecuación 2.12) y se almacena junto con el último valor obtenido de  $N(t)$ ,  $S(t)$  y  $\Phi(t)$ , volviendo a realizar el proceso para cada intervalo  $\Delta N$ .

Una vez finalizados todos los bucles se obtiene el vector del campo eléctrico con  $2^n$  valores, y se obtiene el espectro de potencias a partir de su FFT. Este proceso se realiza para cada ventana, obteniendo el promedio de todos los espectros de potencias.

## Capítulo 3

# Láser en solitario

Antes de abordar el estudio de la dinámica no lineal del láser de semiconductor de modo discreto se ha realizado la simulación del láser en solitario, sin inyección de luz del láser esclavo ( $P_{Iny} = 0$ ). Se han realizado simulaciones para el láser tanto en corriente continua (CW de sus siglas en inglés), como en encendido por ganancia, comparando los resultados con los obtenidos experimentalmente en condiciones similares [2].

### 3.1. Láser en corriente continua

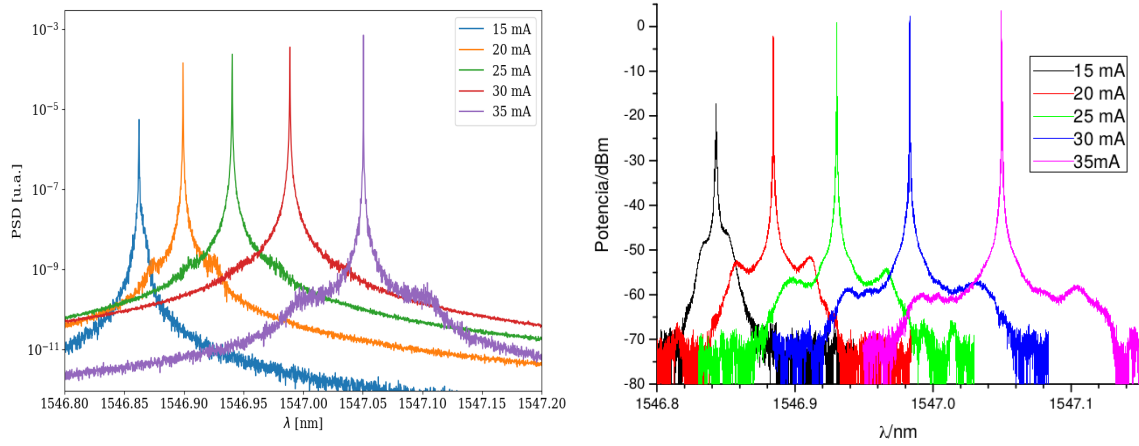
Para poder realizar las simulaciones en corriente continua se ha trabajado con una corriente de inyección constante e igual a la corriente de polarización ( $I(t) = I_{bias}$ ), tomando  $V_{RF} = 0$ .

Se pueden obtener expresiones analíticas en el estado estacionario para  $N(t)$  y  $S(t)$ ,  $N_0$  y  $S_0$  haciendo  $\frac{dN}{dt} = \frac{dS}{dt} = 0$  [15]. Para el caso de  $N(t)$  se obtiene el resultado sencillo de  $N_0 = N_{th}$ . Para el caso de  $S(t)$ , esta constante es igual  $S_0 = cte(I_{bias} - I_{th})$ . En estas condiciones la fase cambiará linealmente con el tiempo, haciéndose cero en el caso de que corriente sea la corriente umbral.

#### 3.1.1. Espectros de emisión

Es importante conocer el valor de la longitud de onda del pico de emisión del láser en solitario en función de la corriente de polarización  $I_{bias}$ , de cara a realizar el estudio de la inyección de luz.

En la Figura 3.1 se muestran las densidades espectrales de potencia del láser a diferentes corrientes de polarización, comparando los datos obtenidos mediante la simulación del láser (Figura 3.1a), con los obtenidos experimentalmente (Figura 3.1b) [2].



(a) Espectros ópticos obtenidos mediante simulación para distintos valores de la corriente. (b) Espectros ópticos obtenidos experimentalmente para distintos valores de la corriente.

**Figura 3.1:** Espectros ópticos del DML para diferentes corrientes de polarización  $I_{bias}$  obtenidos mediante simulación (izquierda 3.1a) y mediante experimento (derecha, 3.1b) [2].

Comparando los espectros obtenidos mediante simulación con los obtenidos experimentalmente se observa un gran parecido en la forma. Se observa además un corrimiento hacia el rojo y un aumento de la potencia óptica, a medida que aumenta la corriente. El corrimiento hacia el rojo se debe a efectos térmicos: Al aumentar la corriente aumenta la temperatura de la región activa, por efecto Joule, debido a la resistencia eléctrica del dispositivo. En semiconductores el índice de refracción aumenta con la temperatura y por tanto la longitud de onda de resonancia aumenta con la corriente 3.1. Además, la simulación permite observar los picos propios de las oscilaciones de relajación del láser que se observan en el experimento. Estos picos son los picos satélites que aparecen alrededor de la línea dominante, correspondiendo la diferencia de frecuencias ópticas entre el pico satélite y el pico dominante a la frecuencia de las oscilaciones de relajación [15].

$$\lambda_0 = \frac{2nL}{q} \quad (3.1)$$

Además, a partir de los espectros de la Figura 3.1 se pueden obtener las longitudes de onda de los picos de emisión en función de la corriente  $I_{bias}$ . En la Tabla 3.1 se muestran los valores de las longitudes de onda  $\lambda$  obtenidas de los espectros de la Figura 3.1 tanto para la simulación como para el experimento.

$I_{bias}$ [mA]	$\lambda_{sim}$ [nm]	$\lambda_{exp}$ [nm]
15	1546.86	1546.84
20	1546.90	1546.88
25	1546.94	1546.93
30	1546.99	1546.98
35	1547.05	1547.05

**Tabla 3.1:** Longitud de onda de las líneas de emisión del DML en función de la  $I_{bias}$  obtenidas de la figura 3.1. Se muestran los valores experimentales  $\lambda_{exp}$  obtenidos de la gráfica 3.1b, y los valores obtenidos de la simulación de la gráfica 3.1a.

Los valores de las longitudes de onda que se muestran en la Tabla 3.1 muestran una gran similitud entre los valores experimentales y los obtenidos mediante simulación, obteniendo una discrepancia máxima de 0.02 nm. De esta forma, la buena concordancia entre los valores de  $\lambda$  experimentales y los obtenidos a partir de la simulación, junto con la gran similitud en la forma de los espectros, muestra la capacidad de la simulación de reproducir computacionalmente los resultados obtenidos experimentalmente en el laboratorio.

Para el estudio de la inyección de luz se trabajará con una corriente  $I_{bias} = 35$  mA. Por tanto, la Tabla 3.1 permite obtener su longitud de onda de emisión de  $\lambda = 1547.05$  nm, siendo además la misma que la obtenida en el experimento.

### 3.1.2. Oscilaciones de Relajación

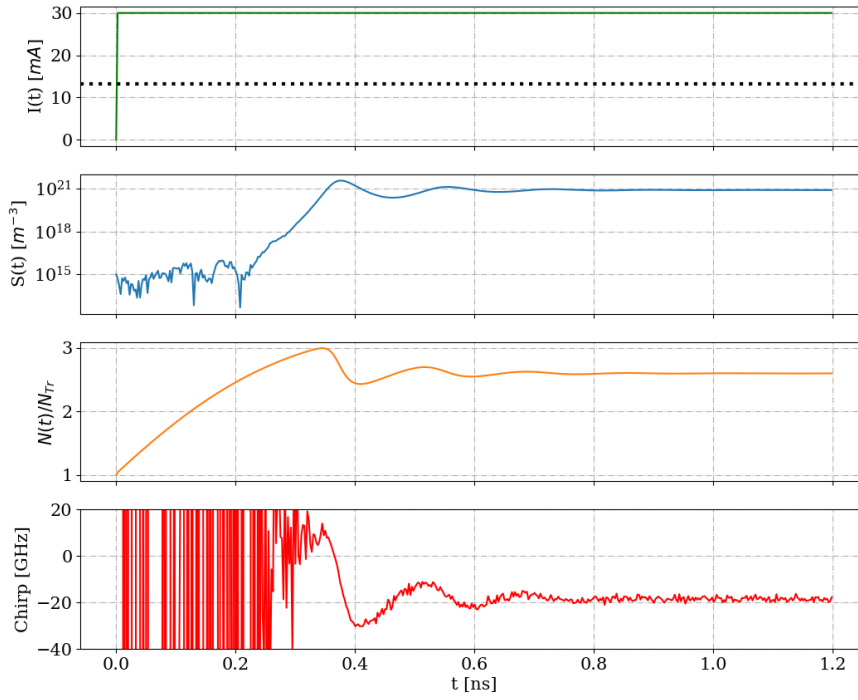
Para que el láser comience a emitir se ha de cumplir que la emisión estimulada domine frente a la emisión espontánea. Esto se produce cuando la corriente inyectada en la región activa supera un valor umbral,  $I_{th}$ , a partir del cuál el láser comienza a emitir una cantidad apreciable de fotones por emisión estimulada. Si la inyección de corriente que se le aplica al láser es constante (corriente continua), la densidad de portadores de carga tenderá a estabilizarse en  $N_{th}$ . Del mismo modo, la densidad de fotones se estabilizará para valores  $S_0$  y el  $\nu_{chirp}$  para valores de  $C(I)$ .

Si se parte de unas condiciones iniciales del láser con valores  $N(t = 0) < N_{th}$ , será necesario que transcurra un cierto tiempo hasta que el láser alcance un estado estacionario en el que las variables alcanzan valores constantes. A este tiempo se le denomina transitorio.

Se considerará una intensidad de corriente  $I(t)$  función escalón con  $I(t > 0) = I_{bias}$ . En la ecuación 3.2 se muestra la función escalón  $I(t)$  utilizada así como las condiciones iniciales para la densidad de portadores de carga  $N(0)$ , la densidad de fotones  $S(0)$  y de la fase óptica  $\Phi(0)$ .

$$I(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ I_{bias} = 30 \text{ mA} & t > 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} N(0) &= N_{tr} \\ S(0) &= 10^{15} \text{ m}^{-3} \\ \Phi(0) &= 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

En la Figura 3.2 se muestra la evolución temporal de la corriente de inyección  $I(t)$  junto con los valores obtenidos en la simulación para la  $N(t)$  la  $S(t)$  y del  $\nu_{chirp}$  para el transitorio  $t_{trans} = 1.2$  ns.



**Figura 3.2:** Evolución temporal de la corriente de inyección  $I(t)$ ,  $S(t)$ ,  $N(t)$  y  $\nu_{chirp}$  durante el transitorio. Para la corriente de inyección  $I(t)$  se ha marcado la corriente umbral del láser  $I_{th} = 14.8$  mA con una línea horizontal discontinua.

Se observan en las evoluciones temporales de  $N(t)$ ,  $S(t)$  y  $\nu_{chirp}$  de la Figura 3.2 tres regiones diferentes en función del comportamiento de las tres magnitudes: *i*) Una vez que la corriente inyectada supera la corriente umbral  $I_{th}$  (en  $t = 0$ ) la  $N(t)$  comienza a aumentar. No obstante, el valor de  $N(t)$  se mantiene inferior a  $N_{th}$  por lo que no se produce emisión estimulada, y así, la densidad de fotones no aumenta y toma valores aleatorios, debido a la emisión espontánea, alrededor de  $S(0)$ . Esto también se puede observar en el comportamiento también aleatorio del  $\nu_{chirp}$ . *ii*) La  $N(t)$  continua aumentando alcanzando el valor umbral  $N_{th}$  en  $t = 0.23$  ns. En este punto la densidad de fotones comienza a aumentar debido a la emisión estimulada producida al superar  $N_{th}$ . Sin embargo,  $N(t)$  continua creciendo tomando valores por encima de  $N_{th}$  hasta que sufre una disminución brusca acompañada de la emisión de un pulso de luz (ver  $S(t)$  entre 0.35 y 0.45 ns). Una vez emitido el pulso  $N(t)$  vuelve a crecer de tal forma que tanto  $N(t)$  como  $S(t)$  tienen un comportamiento oscilatorio alrededor de  $S_0$  y  $N_{th}$  con una amplitud decreciente. Estas oscilaciones se les llama oscilaciones de relajación. En la figura 3.2 se observan claramente estas oscilaciones, estando en fase para  $N(t)$  y para el  $\nu_{chirp}$  (máximos en el mismo tiempo  $t$ ). También se observa la relación entre las oscilaciones de estas magnitudes con las de  $S(t)$ . Tienen la misma frecuencia aunque existe un desfase entre ellas, obteniendo un máximo en  $S(t)$  cuando  $N(t) = N_{th}$ . *iii*) Las oscilaciones de relajación van disminuyendo a medida que el tiempo avanza alcanzando el estado estacionario en el que las tres magnitudes se mantienen constantes.

A partir de los datos de la figura 3.2 se pueden obtener las frecuencias de las oscilaciones de relajación en el transitorio, a partir del tiempo entre los máximos. Una primera estimación permite obtener una frecuencia de oscilación de  $\nu_{RoF} \approx 5.9$  GHz, que pasado a longitud de onda equivale a  $\lambda = 0.05$  nm. Comparando dicho valor con los picos debidos a las oscilaciones de relajación de los

espectros para  $I = 30$  mA de la figura 3.1 observamos que su valor se encuentra también cercano a 0.05nm, mostrando una buena concordancia entre la simulación y el experimento.

### 3.2. OFC en láser encendido por ganancia

Para el estudio del método de generación de OFC mediante encendido por ganancia se ha trabajado con una corriente de inyección  $I(t)$  modulada mediante una función sinusoidal superpuesta a una corriente de polarización  $I_{bias}$  con la expresión de la ecuación 2.8.

Tal y como se vió en el apartado 1.4.1 la calidad del encendido por ganancia viene dada tanto por la intensidad de los picos como por la duración del pulso. De esta manera, se ha procedido a caracterizar los peines ópticos de frecuencia en función del encendido por ganancia aplicado modificando la frecuencia de oscilación y la amplitud de la corriente inyectada. Para el estudio del encendido por ganancia en función de la frecuencia de oscilación se ha modificado el valor de  $f_R$ , estudiando primero los OFC para altas frecuencias ( $f_R = 5.0$  GHz) y luego para bajas frecuencias ( $f_R = 500$  MHz). Cabe destacar que al variar el valor de la frecuencia de oscilación  $f_R$ , la impedancia del láser  $Z_l$  también cambia y así también la suma  $Z_0 + Z_l$ .

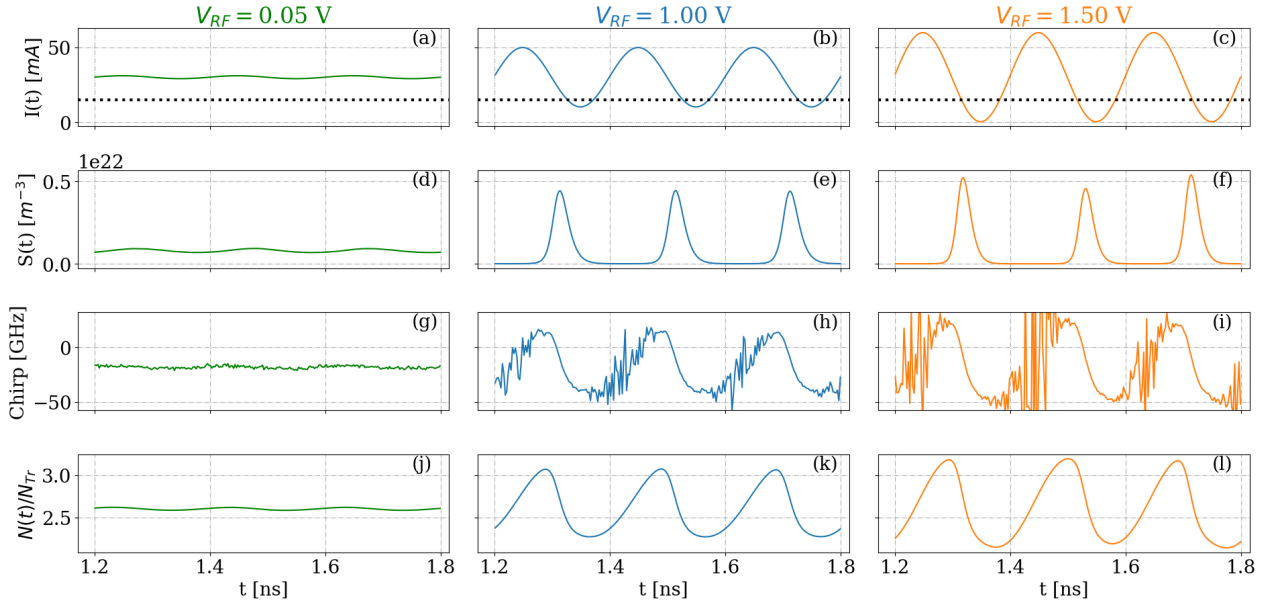
Para ambos valores de frecuencias  $f_R$  se han estudiado los efectos producidos al variar la amplitud de la corriente de inyección, comparando tanto los espectros ópticos obtenidos como las variables dinámicas para diferentes amplitudes. Para el estudio con diferentes amplitudes ha bastado con modificar los valores de  $V_{RF}$ , ya que  $(Z_0 + Z_l)$  solo varia para la frecuencia.

#### 3.2.1. Efecto de la amplitud de modulación a altas frecuencias

Para el estudio del efecto de la amplitud de modulación a altas frecuencias se ha trabajado con una corriente de polarización  $I_{bias} = 30$  mA y una frecuencia  $f_R = 5.0$  GHz. Tal y como se vió en el apartado 3.1.2, la frecuencia de oscilaciones de relajación del láser para  $I_{bias} = 30$  mA es de  $\nu_{RoF} \approx 5.9$  GHz, del orden de  $f_R$ . Se han resuelto las ecuaciones de balance, obteniendo los OFC para tres amplitudes diferentes con  $V_{RF}$ : 0.05 V, 1.00 V y 1.50 V.

En la Figura 3.3 se muestra la evolución temporal de la corriente de inyección  $I(t)$ , la  $S(t)$ , la  $N(t)$  y de  $\nu_{chirp}$  para varios valores de  $V_{RF}$  pasada la zona del transitorio.





**Figura 3.3:** Evolución temporal de corriente de inyección  $I(t)$  ((a)-(c)),  $S(t)$  ((d)-(f)),  $N(t)$  ((g)-(i)) y  $\nu_{chirp}$  ((j)-(l)) en función de  $V_{RF}$  pasada la zona del transistor. Para la corriente de inyección  $I(t)$  se ha marcado la corriente umbral del láser  $I_{th} = 14.8$  mA con una línea horizontal discontinua. En la primera columna se muestran las evoluciones temporales para una amplitud de la corriente equivalente a  $V_{RF} = 0.05$  V (verde), en la segunda columna para  $V_{RF} = 1.00$  V (azul) y en la tercera columna de  $V_{RF} = 1.50$  V (naranja).

Mientras que para el caso del láser en corriente continua ( $I(t) = I_{bias}$ ) estudiado en la sección anterior (sección 3.1),  $S(t)$ ,  $N(t)$  y el  $\nu_{chirp}$  alcanzaban un valor constante pasado el transitorio, ahora la modulación en la corriente produce oscilaciones de igual periodo en  $S(t)$ ,  $N(t)$  y el  $\nu_{chirp}$ . Se observa un aumento de la amplitud en  $S(t)$ ,  $N(t)$  y el  $\nu_{chirp}$  al aumentar la amplitud de la corriente. Además, se observa como las oscilaciones en  $N(t)$  y el  $\nu_{chirp}$  van en fase (máximos en el mismo tiempo  $t$ ), mientras que los máximos de  $S(t)$  se obtienen cuando  $N(t)$  decae a  $N_{th}$ .

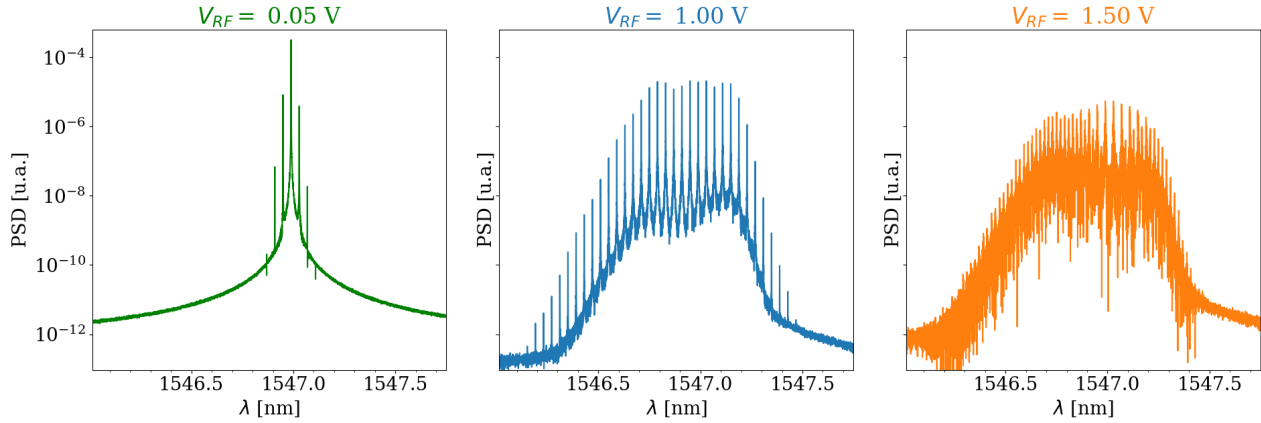
Para el caso de  $V_{RF} = 0.05$  V, con una menor amplitud, se observa que las oscilaciones en la corriente (Figura 3.3 (a)) son pequeñas. Al igual que la corriente; la  $S(t)$ , la  $N(t)$  y el  $\nu_{chirp}$  también presentan oscilaciones de amplitud pequeña.

Al aumentar la amplitud de la corriente a  $V_{RF} = 1$  V (Figura 3.3 (b)) se observa como los aumentos de la corriente durante la oscilación coinciden con el crecimiento de  $N(t)$  (Figura 3.3 (k)), haciendo que tome valores muy superiores a  $N_{th}$ . A su vez, esto produce que, al superar  $N(t)$  el valor del umbral  $N_{th}$ , la  $S(t)$  (Figura 3.3 (e)) también tenga un pico superior al valor del láser en corriente continua. De igual forma que ocurría en el transitorio, al aumentar  $S(t)$  y dominar la emisión estimulada,  $N(t)$  comienza a disminuir, alcanzando un máximo. Sin embargo, en el momento en el que  $N(t)$  alcanza el mínimo, la corriente se encuentra por debajo de la corriente umbral  $I_{th}$ , y  $N(t)$  no puede aumentar hasta que  $I(t)$  toma nuevamente valores mayores de  $I_{th}$ . Hay un intervalo de tiempo en que  $S(t)$  es pequeño pero aún lo suficientemente grande como para estar por encima del nivel de emisión espontánea. Por tanto, aún la emisión estimulada es lo suficientemente intensa para mantener una evolución principalmente determinista de las variables y, por tanto, coherencia entre los pulsos. La evolución no es totalmente determinista, pues como se puede apreciar en 3.3 (h) el ruido de emisión espontánea comienza a afectar al chirp cuando  $S(t)$  es

pequeña.

Para la amplitud de  $V_{RF} = 1.5$  V se observa la misma tendencia que para  $V_{RF} = 1$  V, a excepción de que en este caso, al aumentar la amplitud aumenta el tiempo en el que la corriente es menor que  $I_{th}$  y así el tiempo en el que  $S(t)$  es pequeño y ruidoso debido a que la emisión espontánea ya domina la evolución.

En la Figura 3.4 se muestran los espectros de los OFC obtenidos mediante encendido por ganancia para las tres amplitudes de la Figura 3.3.



**Figura 3.4:** Espectros de los OFC obtenidos mediante encendido por ganancia para  $I_{bias} = 30$  mA,  $f_R = 5$  GHz y amplitud de modulación  $V_{RF} = 0.05$  V (verde), 1.00 V (azul) y 1.50 V (naranja).

Al igual que se obtuvo en la Figura 3.3, se puede observar como el caso de la amplitud de modulación  $V_{RF} = 0.05$  V se asemeja al del láser en corriente continua, obteniendo un espectro (Figura 3.4 (verde)) con la frecuencia de emisión dominante de la Figura 3.1. Como consecuencia del encendido por ganancia realizado se observan excitadas líneas de emisión nuevas a los lados de la emisión principal, cuya separación en frecuencias ópticas entre líneas consecutivas es  $f_R$  (5 GHz que corresponden a 0.04 nm).

Para el caso de  $V_{RF} = 1$  V se observa un OFC (Figura 3.4 (azul)) de gran calidad formado por numerosas líneas de emisión equiespaciadas (en 5 GHz) y bien definidas. Están bien definidas pues aún se mantiene la coherencia entre pulsos (Figura 3.3 (e)) y el ancho del espectro aumenta con respecto al de  $V_{RF} = 0.05$  V porque los pulsos ópticos son mucho más estrechos (ver Figuras 3.3 (d) y 3.3(e)). Se ha obtenido una región de longitudes de onda con líneas de emisión con máximos de la densidad espectral de potencia similares, lo cuál es deseable para obtener OFC de buena calidad.

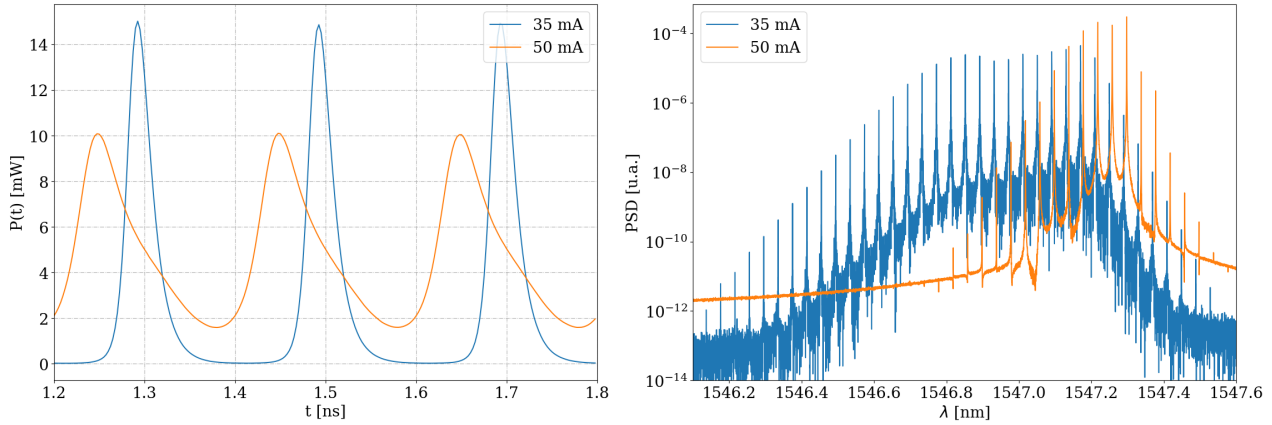
Por otro lado, se observa que para el caso de  $V_{RF} = 1.5$  V (Figura 3.4 (naranja)) el OFC se destruye debido al mayor efecto del ruido de emisión espontánea, obteniendo líneas de emisión poco definidas, con un espaciado variado y mucho ruido.

De esta forma, se ha podido caracterizar la calidad de los OFC, y del encendido por ganancia, para altas frecuencias en función de la amplitud de modulación. Se ha podido observar la creación del OFC para  $V_{RF} = 1$  V, así como la destrucción de éste para amplitudes altas, con  $V_{RF} = 1.5$  V. Estos resultados coinciden con los observados experimentalmente [1].

Tal y como se ha comentado a partir de los resultados de la Figura 3.3, uno de los efectos de aumentar la amplitud de modulación es la disminución de la corriente por debajo de  $I_{th}$  por un

tiempo  $t$ , que aumenta con la amplitud. Sin embargo, ésto también se puede controlar para una amplitud fija, variando la corriente de polarización  $I_{bias}$ .

En la Figura 3.5 se muestran la potencia  $P(t)$ , obtenida a partir de la  $S(t)$  2.9, y los espectros de los OFC con  $f_R = 5$  GHz,  $V_{RF} = 1$  V e  $I_{bias} = 30$  mA y 50 mA.



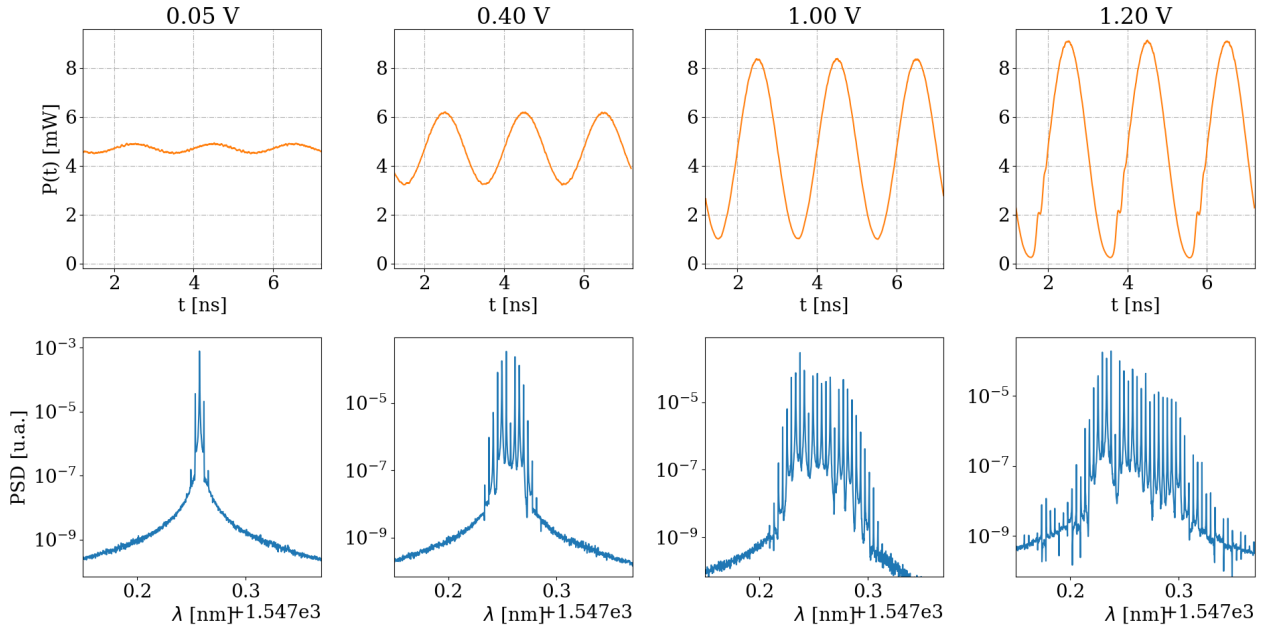
**Figura 3.5:** Perfil temporal de las potencias  $P(t)$  (izquierda) y espectros (derecha) de OFC con  $f_R = 5$  GHz,  $V_{RF} = 1$  V e  $I_{bias} = 30$  mA (azul) y 50 mA (naranja).

El caso de  $I_{bias} = 30$  mA es el ya ilustrado en las Figuras 3.3 (e) y 3.4 (azul). En el caso de  $I_{bias} = 50$  mA, al aumentar la corriente de polarización, ésta desplaza la función sinusoidal de la intensidad alejándola de  $I_{th}$  y así la amplitud de modulación no es suficiente para llegar a cruzar  $I_{th}$ . Esto se observa en el perfil temporal de  $P(t)$  (Figura 3.5 (izquierda, naranja)) que no toma nunca valores cercanos a cero. Puesto que la frecuencia  $f_R$  y la amplitud  $V_{RF}$  de modulación sí son suficientes como para que se dé encendido por ganancia, se observa un espectro (Figura 3.5 (derecha, naranja)) con un OFC formado por líneas bien definidas e igualmente espaciadas. No obstante, el OFC obtenido para  $I_{bias} = 50$  mA es más estrecho que el obtenido para  $I_{bias} = 30$  mA, pues los pulsos son más anchos para  $I_{bias} = 50$  mA careciendo de una meseta bien definida con líneas de emisión con densidad espectral de potencia similar. Se observa además un corrimiento hacia el rojo del espectro cuando la corriente aumenta cuyo origen es el mismo que el discutido en la Figura 3.1.

Otro de los efectos de aumentar la  $I_{bias}$  de tal manera que no cruce la  $I_{th}$  es la falta de una región donde domine la emisión espontánea, como ocurría en la Figura 3.3. Esto se puede observar en el menor ruido obtenido en el espectro para  $I_{bias} = 50$  mA (Figura 3.5 (derecha, naranja)) frente al obtenido en el espectro de  $I_{bias} = 30$  mA (Figura 3.5 (derecha, azul)).

### 3.2.2. Efecto de la amplitud de modulación a bajas frecuencias

Para el estudio del efecto de la amplitud de modulación a bajas frecuencias se ha trabajado con una corriente de polarización  $I_{bias} = 50$  mA y una frecuencia  $f_R = 500$  MHz. Se han obtenido en la Figura 3.6 la potencia  $P(t)$  y los espectros ópticos para cuatro amplitudes diferentes, tomando cuatro valores distintos para  $V_{RF}$ : 0.05 V, 0.4 V, 1.0 V y 1.2 V.



**Figura 3.6:** Perfiles temporales de la potencia  $P(t)$  (fila superior) y espectros (fila inferior) de los OFC para  $I_{bias} = 50$  mA,  $f_R = 500$  MHz y  $V_{RF} = 0.05$  V (primera columna), 0.4 V (segunda columna), 1.0 V (tercera columna) y 1.2 V (cuarta columna).

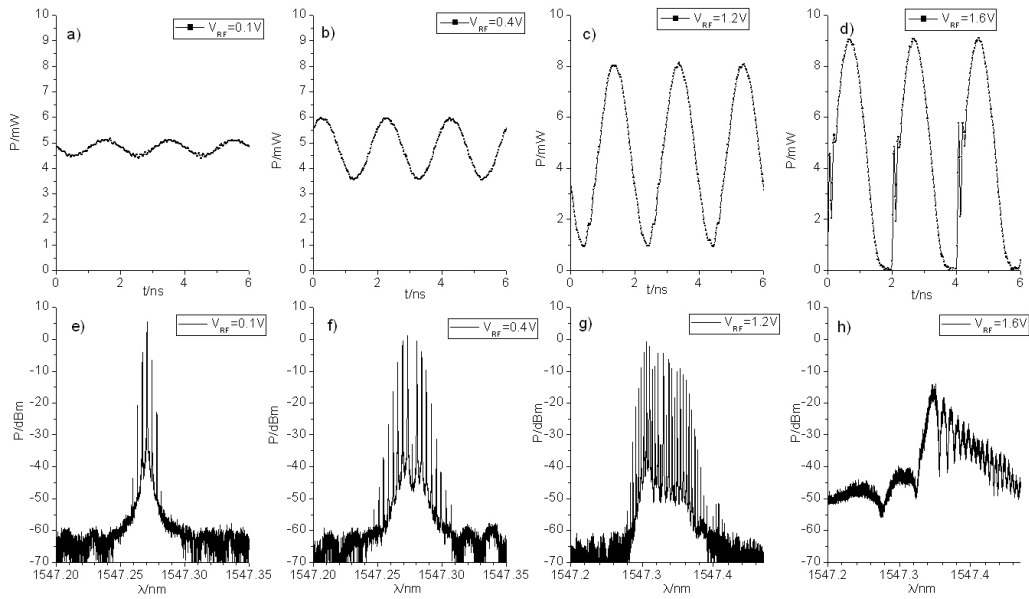
Al igual que se obtuvo en el apartado anterior para el caso de altas frecuencias con  $I_{bias} = 50$  mA (Figura 3.5), se observan en la Figura 3.6 perfiles temporales de la potencia oscilantes entorno al valor de la potencia en corriente continua ( $P_{CW} \approx 4.7$  mW), variando su amplitud en función de la amplitud de modulación. Al tener una  $I_{bias}$  muy superior a  $I_{th}$  y una frecuencia baja, la amplitud de modulación no permite mantener la corriente de inyección por debajo de la corriente umbral un tiempo suficiente como para que  $P(t) \propto S(t) \approx 0$ , tal y como se observa en las Figuras 3.6 (fila superior).

Para el caso de la amplitud de modulación pequeña con  $V_{RF} = 0.05$  V, se ha obtenido un comportamiento muy similar al de corriente continua, al igual que para altas frecuencias. El espectro obtenido para esta amplitud de modulación es similar al de la Figura 3.4 (verde) del apartado anterior, obteniendo un pico de emisión dominante correspondiente a la emisión en continua y dos picos a cada lado debidos a la modulación sinusoidal de la corriente. La separación entre líneas adyacentes es la que corresponde a una frecuencia óptica igual a  $f_R$ .

Se observa como, al igual que ocurría en a altas frecuencias, a medida que aumenta la amplitud de modulación aumenta el número de líneas de emisión de espectro, llegando a destruirse para altas amplitudes de modulación. Sin embargo, al trabajar a bajas frecuencias se observa una clara irregularidad en el perfil del OFC, tomando los picos valores muy diversos de la densidad espectral de potencia. También cabe destacar la aparición de unos pequeños picos en la base del perfil temporal de la potencia para  $V_{RF} = 1.2$  V. Esto se debe al comienzo de la excitación del primer pico de las oscilaciones de relajación.

En la Figura 3.7 se muestran los perfiles temporales de la potencia  $P(t)$  y los espectros de los OFC para  $I_{bias} = 50$  mA,  $f_R = 500$  MHz y  $V_{RF} = 0.1$  V, 0.4 V, 1.2 V y 1.6 V obtenidos experimentalmente [2], permitiendo comparar los resultados obtenidos mediante simulación con los obtenidos en el

laboratorio.



**Figura 3.7:** Perfiles temporales de la potencia  $P(t)$  (fila superior) y espectros (fila inferior) de los OFC para  $I_{bias} = 50$  mA,  $f_R = 500$  MHz y  $V_{RF} = 0.1$  V (primera columna), 0.4 V (segunda columna), 1.2 V (tercera columna) y 1.6 V (cuarta columna) obtenidos experimentalmente [2].

En la cuarta columna de la Figura 3.7 se muestran los resultados obtenidos para una amplitud de  $V_{RF} = 1.6$  V, observando como el OFC se encuentra completamente destruido debido a que los pulsos se apagan completamente en contraste con lo observado para  $V_{RF}$  más pequeñas. Con dicha amplitud se obtienen en las trazas temporales de la potencia los primeros picos de las oscilaciones de relajación. En la primera columna de la Figura 3.7 se muestran los resultados para una amplitud de modulación pequeña de  $V_{RF} = 0.1$  V. Al igual que en los resultados de la simulación, se obtiene un comportamiento similar al de la corriente continua con un pico de emisión dominante. No obstante, al tratarse del doble de la amplitud utilizada en la simulación de la Figura 3.6 se obtienen un mayor número de picos de emisión estimulados. Los resultados que se muestran en la segunda columna de la Figura 3.7 para  $V_{RF} = 0.4$  V equivalen a los resultados de la simulación de la segunda columna de la Figura 3.6. En ambas figuras se pueden observar un OFC con un perfil aproximadamente simétrico con un pico de menor intensidad en el centro. Por último, la tercera columna de la Figura 3.7 equivale a la cuarta columna de la Figura 3.6, con  $V_{RF} = 1.2$  V. Ambos espectros presentan un perfil similar con un aumento brusco de la densidad espectral de potencia de los picos para bajas longitudes de onda, seguido de una disminución más tenue para longitudes de onda mayores. En la traza de  $P(t)$  de la Figura 3.7 para dicha amplitud se observan restos de los primeros picos de las oscilaciones de relajación que se observaban para mayores amplitudes. Dicho resto de los picos también se obtenían en la simulación de la Figura 3.6.

El excelente acuerdo entre los resultados de la simulación y los resultados experimentales [1, 2, 16] indican la capacidad de la simulación de explicar los procesos que involucra el encendido por ganancia en la generación de OFC, pudiendo servir para la caracterización de la calidad de los OFC.

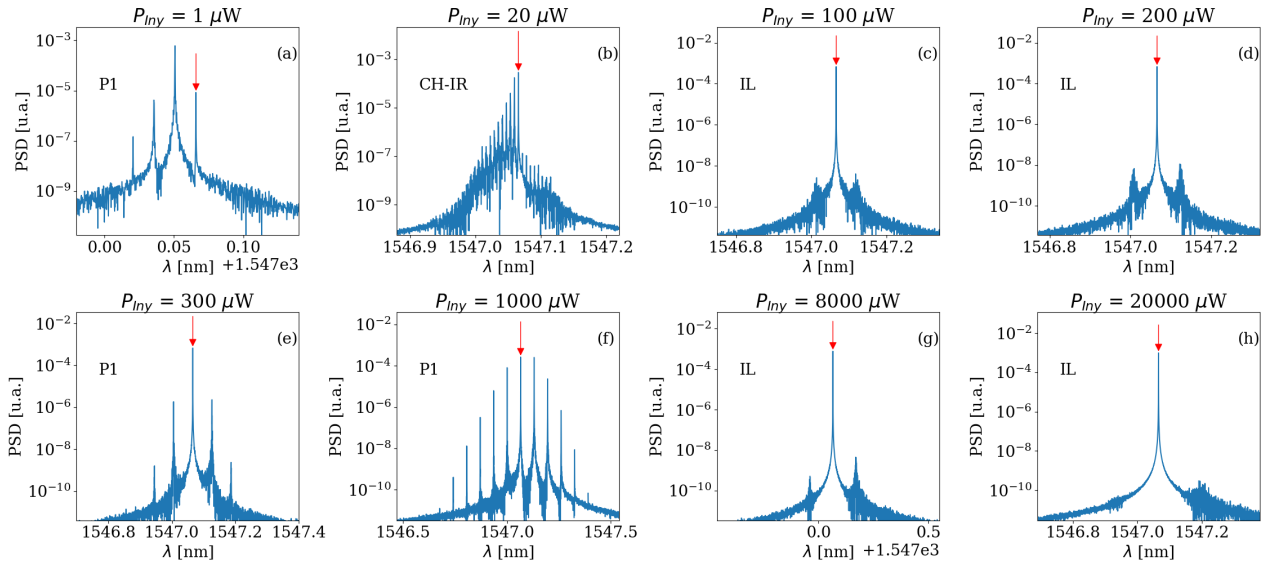
## Capítulo 4

# Inyección Óptica

Una forma alternativa de obtención de OFC es mediante la inyección de luz láser en otro láser de semiconductor funcionando en corriente constante. Sin embargo este sistema presenta una dinámica no lineal muy variada aparte de la observación de los OFC. En este capítulo se han estudiado los distintos comportamientos no lineales observados en este sistema en función de las condiciones de la inyección óptica, dadas por la potencia inyectada  $P_{Iny}$  y la diferencia de frecuencias  $\delta\nu$  entre el láser maestro y el láser esclavo (ML y SL respectivamente por sus siglas en inglés). Se ha trabajado con el láser SL en corriente continua con  $I_{bias} = 35$  mA,  $V_{RF} = 0$  V y  $f_R = 5.0$  GHz.

Se han obtenido los diferentes regímenes dinámicos de SL en función de  $P_{Iny}$  para dos valores de  $\delta\nu$  distintos, uno positivo que equivale a una frecuencia de SL menor que la de ML, y otro negativo con el caso contrario.

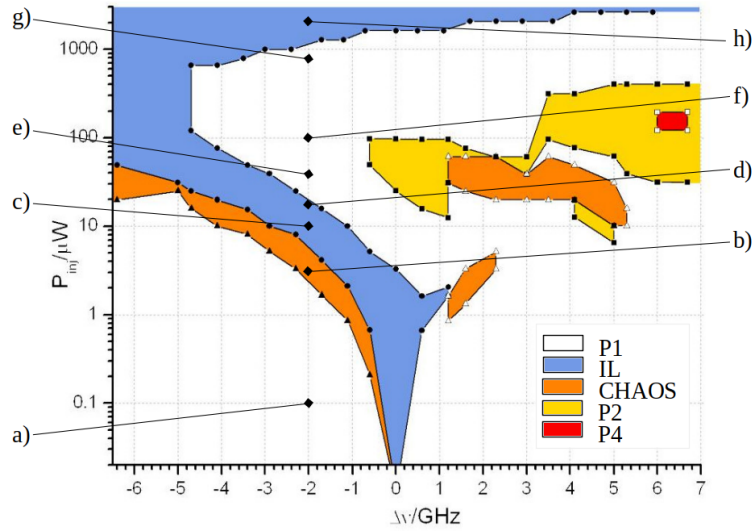
En la Figura 4.1 se muestran los espectros ópticos del láser esclavo con inyección óptica de las diferentes regiones dinámicas obtenidas para diferentes valores de  $P_{Iny}$  a  $\delta\nu = -2$  GHz.



**Figura 4.1:** Espectros ópticos con inyección óptica de las diferentes regiones dinámicas obtenidas para diferentes valores de  $P_{Iny}$  para  $\delta\nu = -2$  GHz. Se indica la frecuencia de inyección  $\nu_{ML}$  con una flecha y  $P_{Iny}$  para cada espectro óptico.

Para una baja potencia de inyección  $P_{Iny} = 1 \mu\text{W}$  (Figura 4.1 (a)) se obtiene un espectro óptico con el pico de emisión de SL y tres picos satélites, uno de ellos apareciendo a  $\nu_{ML}$  y los otros simétricos respecto al pico principal. En esta región denominada de periodo 1, P1, las variables internas del láser tienen un comportamiento periodico. Cuando las potencias de inyección son bajas, la frecuencia de este comportamiento es  $\delta\nu$  debido a un fenómeno de *Four-wave mixing* (FWM, mezcla de cuatro ondas) [15]. Al aumentar  $P_{Iny}$  se llega a una región de caos, CH-IR ( $P_{Iny} = 20 \mu\text{W}$ , Figura 4.1 (b)), con un OFC formado por muchas líneas y con un perfil irregular. Esta región de caos se destruye para  $P_{Iny} = 100 \mu\text{W}$ , en la que se obtiene un espectro óptico con una única línea de emisión para la frecuencia de inyección  $\nu_{ML}$ . Al aumentar la potencia de ML el láser deja de emitir en  $\nu_{SL}$  pasando a emitir solo en  $\nu_{ML}$ . A este fenómeno se le conoce como Bloqueo de Inyección (IL por sus siglas en inglés). El régimen IL se caracteriza además porque el láser esclavo pasa a emitir con una fase óptica relativa a la del láser maestro con un valor constante. Además la potencia del láser esclavo es constante. En la Figura 4.1 (d) se muestra el espectro para  $P_{Iny} = 200 \mu\text{W}$  en IL, observando como al aumentar la potencia de inyección se empiezan a excitar los picos satélites correspondientes a las oscilaciones de relajación. Esto indica que nos encontramos en el límite de dos comportamientos, el descrito para la región IL y un comportamiento periódico, con periodo el de las oscilaciones de relajación. Este cambio de comportamientos corresponde a una bifurcación de Hopf. Si se continúa aumentando la potencia de inyección aumentarán los picos de la frecuencia de oscilaciones de relajación, retornando a la región P1 ( $V_{RF} = 300 \mu\text{W}$ , Figura 4.1 (e)). Dentro de la región P1, el aumento de la potencia de inyección produce la aparición de nuevas líneas de emisión, comenzando a aparecer el OFC. A medida que aumenta la potencia de inyección la separación entre líneas consecutivas del espectro óptico va decreciendo, disminuyendo la frecuencia óptica de separación entre líneas  $\Delta f$ . Para  $P_{Iny} = 300 \mu\text{W}$  se tiene  $\Delta f = 5 \text{ GHz}$  y para  $P_{Iny} = 1000 \mu\text{W}$  se tiene  $\Delta f = 4.6 \text{ GHz}$ . Para altas potencias de inyección,  $P_{Iny} = 8000 \mu\text{W}$  y  $20000 \mu\text{W}$ , se regresa a la región IL.

A partir de los datos experimentales para un láser de modo discreto en corriente continua  $I_{bias} = 30 \text{ mA}$  [2], se ha obtenido un mapa con las diferentes regiones dinámicas en función de la potencia inyectada experimental  $P_{Inj}$  y  $\delta\nu$ . Hacemos notar que la potencia inyectada teórica  $P_{Iny}$  es siempre mayor que la potencia inyectada experimental  $P_{Inj}$  debido a las pérdidas que sufre la luz del láser maestro en el experimento antes de ser inyectado en el láser esclavo. Se ha estimado el término de proporcionalidad entre ambas potencias de la siguiente forma. Se ha observado que al aumentar  $P_{Inj}$ , el comportamiento IL se empieza a obtener experimentalmente en  $P_{Inj} = 6 \mu\text{W}$  [2]. Como en las simulaciones ese comportamiento se empieza a observar en  $P_{Iny} = 77.9 \mu\text{W}$ , estimamos que  $P_{Inj} = 0.077 \cdot P_{Iny}$ . Aunque la corriente teórica es diferente de la experimental la comparación es adecuada porque en ambos casos la relación entre la corriente y la corriente umbral es similar  $\frac{I_{bias}}{I_{th}} \approx 2.3$ . En la Figura 4.2 se muestra el mapa de las regiones dinámicas obtenido a partir de [2], marcando los puntos correspondientes a los espectros ópticos de la Figura 4.1.

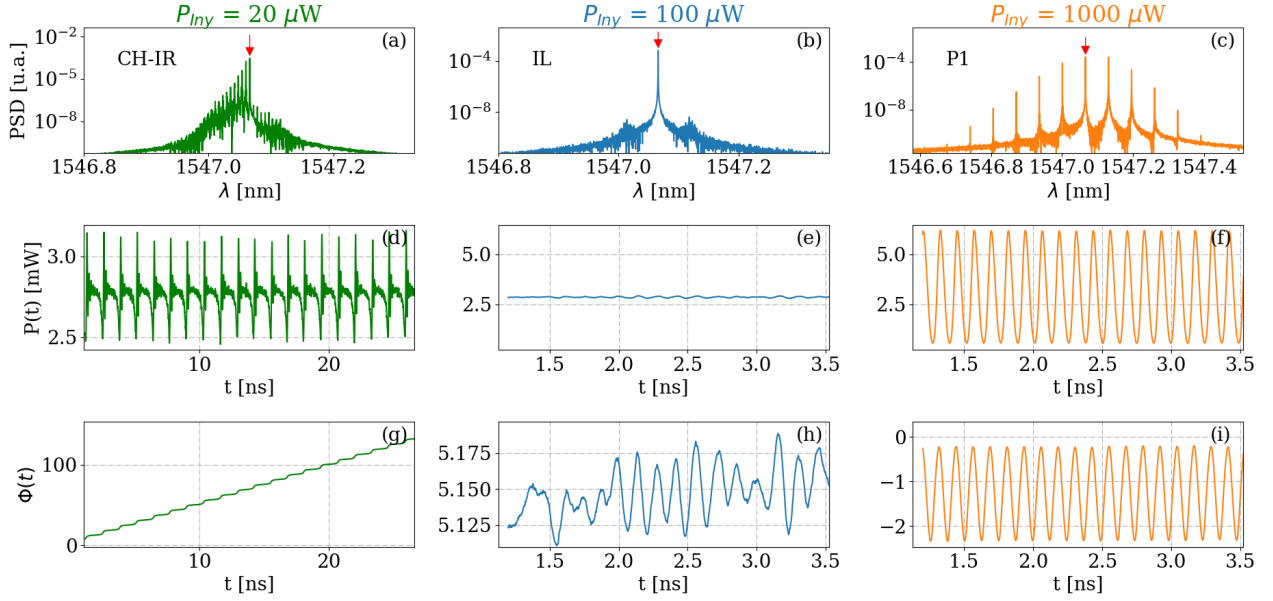


**Figura 4.2:** Mapa con las diferentes regiones dinámicas en función de  $P_{inj}$  y  $\delta\nu$  obtenido a partir de [2]. Se han marcado los puntos correspondientes a los espectros ópticos de la Figura 4.1.

Las regiones dinámicas del mapa de la Figura 4.2 obtenidas experimentalmente, para las condiciones de inyección de los espectros ópticos de la Figura 4.1 corresponden a las regiones obtenidas del análisis de los resultados de la simulación. Lo cuál, indica un buen acuerdo entre teoría y experimento.

En la Figura 4.3 se muestran la potencia  $P(t)$ , la fase óptica  $\Phi(t)$  y el espectro óptico de los tres casos más representativos de la Figura 4.1 para cada región dinámica obtenida: CH-IR, IL y P1. Esto permite estudiar los procesos que tienen lugar en las tres regiones encontradas para  $\delta\nu = -2$  GHz. Se hace notar que la fase que dibujamos en esta figura es  $\Phi - 2\pi\delta\nu'/t$ , donde  $\Phi$  es la obtenida en la ecuación 2.3. Esta  $\Phi$  está referida a la frecuencia del láser en el umbral. Así la fase dibujada es la referida a la frecuencia de la inyección óptica  $\nu_{ML}$  en vez de a la frecuencia en el umbral  $\nu_{th}$ .

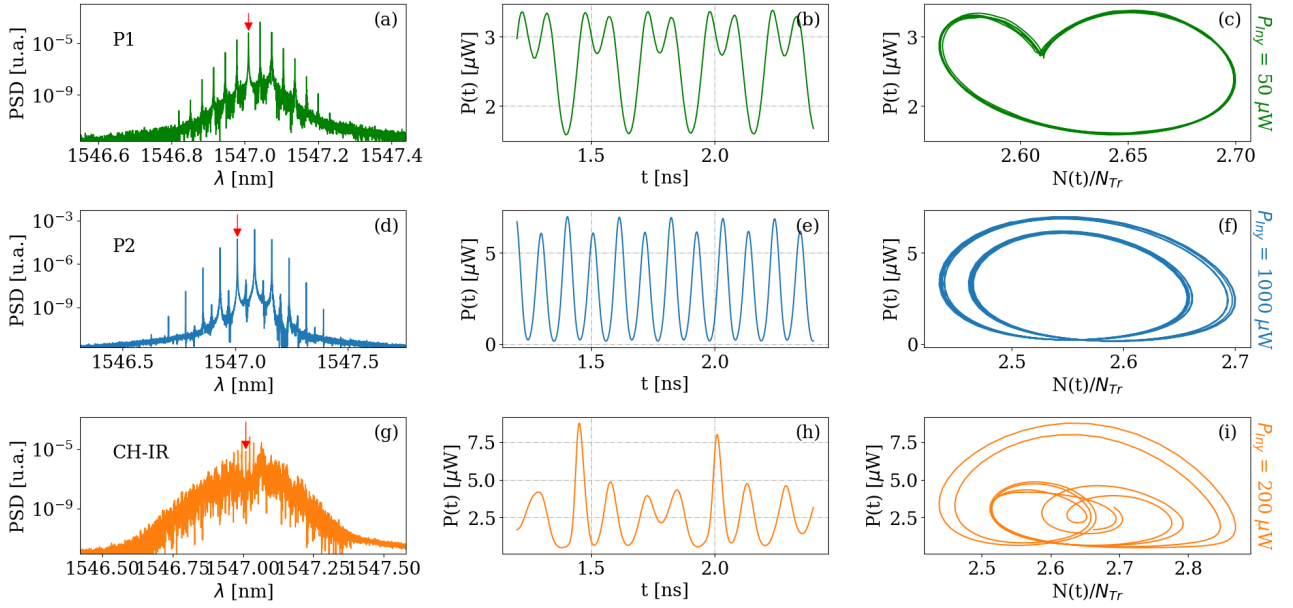




**Figura 4.3:** Potencia  $P(t)$ , fase óptica  $\Phi(t)$  y espectro óptico de los tres casos más representativos de la Figura 4.1 para cada región dinámica obtenida: CH-IR con  $P_{Iny} = 20 \mu\text{W}$  (verde), IL con  $P_{Iny} = 100 \mu\text{W}$  (azul) y P1 con  $P_{Iny} = 1000 \mu\text{W}$  (naranja). Se indica en los espectros la frecuencia de inyección  $\nu_{ML}$  con una flecha.

Para el caso con  $P_{Iny} = 1000 \mu\text{W}$  de la región P1 se obtiene en el espectro óptico (Figura 4.3 (c)) OFC de buena calidad formado por varias líneas bien resueltas y con las misma separación entre ellas ( $\Delta f = 4.6 \text{ GHz}$ ). Los perfiles temporales que se obtienen para  $P(t)$  y  $\Phi(t)$  son oscilaciones con una amplitud y una frecuencia bien definidos con  $\Delta f = 4.6 \text{ GHz}$ . En la Figura 4.3 (e) se muestra el perfil temporal de la potencia para  $P_{Iny} = 100 \mu\text{W}$  IL, que toma un valor aproximadamente constante. Esto mismo se observa para su fase óptica (Figura 4.3 (h)) en la que se obtienen variaciones de  $\Phi(t)$  tres ordenes de magnitud menores que para P1. La representación de  $\Phi - 2\pi\delta\nu't$  permite ilustrar mejor este comportamiento constante. Con  $P_{Iny} = 20 \mu\text{W}$  se encuentra la región CH-IR, obteniendo un espectro irregular. De igual manera se obtienen trazas irregulares para la potencia  $P(t)$ , con picos irregulares (Figura 4.3 (d)). Para la fase óptica se observa como va aumentando con saltos de  $2\pi$  cada vez que se produce uno de los pulsos irregulares de potencia. En el caso de la fase óptica se observa como ésta va aumentando con saltos de  $2\pi$  debido a que se trabaja con ángulos y así estos saltos equivalen al mismo valor.

Del mapa de regiones dinámicas de la Figura 4.2 se deduce que para  $\delta\nu$  positivo se ha de poder alcanzar regiones con doblamiento de periodo, P2. En la Figura 4.4 se muestran los espectros ópticos,  $P(t)$  y la proyección del atractor en el plano  $(P(t), N(t))$  del espacio de estados; para  $\delta\nu = 5 \text{ GHz}$  y  $P_{Iny} = 50 \mu\text{W}$ ,  $1000 \mu\text{W}$  y  $200 \mu\text{W}$ .

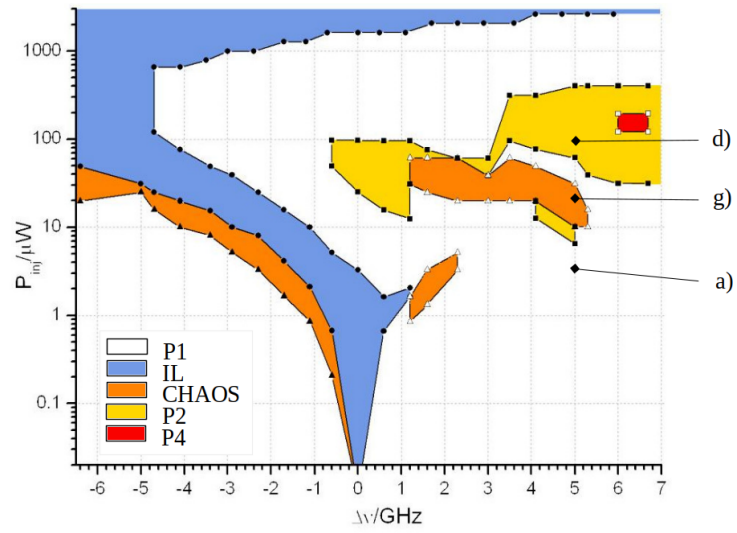


**Figura 4.4:** Espectros ópticos,  $P(t)$  y proyección del atractor en el plano  $(P(t), N(t))$  del espacio de estados; para  $\delta\nu = 5$  GHz y  $P_{Iny} = 50 \mu\text{W}$  (verde),  $1000 \mu\text{W}$  (azul) y  $200 \mu\text{W}$  (naranja). Se indica en los espectros la frecuencia de inyección  $\nu_{ML}$  con una flecha.

Para una diferencia de frecuencias positiva ( $\delta\nu = 5$  GHz) y una potencia de inyección baja de  $P_{Iny} = 50 \mu\text{W}$  se obtiene un OFC (Figura 4.4(a)) de buena calidad con una línea a  $\nu_{ML}$  y separación entre líneas de  $\Delta f = 4.2$  GHz ( $\Delta\lambda = 0.033$  nm). Para la traza temporal de  $P(t)$  (Figura 4.4 (b)) se obtienen los mismos máximos de potencia para todos los picos. Con una mayor potencia de inyección ( $P_{Iny} = 1000 \mu\text{W}$ ) se obtiene nuevamente un OFC de gran calidad (Figura 4.4 (d)), observando unas líneas de emisión dominantes con una separación entre ellas de  $\Delta f = 3.75$  GHz y unas líneas más pequeñas entre las líneas dominantes, cuya separación entre ellas es también  $\Delta f = 3.75$  GHz pero cuya separación con los picos dominantes es la mitad ( $\Delta f' = 1.875$  GHz). En el perfil temporal de  $P(t)$  de la Figura 4.4 (e) se observa como se alternan picos con mayor y menor amplitud. Para el caso de las proyecciones del atractor en el plano  $(P(t), N(t))$  del espacio de estados se ha obtenido una trayectoria con forma de un único lazo para  $P_{Iny} = 50 \mu\text{W}$ , mientras que para  $P_{Iny} = 1000 \mu\text{W}$  la trayectoria describe una curva con autointersección, o doble lazo. Esta diferencia ha llevado a concluir que el caso con  $\delta\nu = 5$  GHz y  $P_{Iny} = 1000 \mu\text{W}$  se encuentra en una región P2 mientras que para el caso de  $\delta\nu = 5$  GHz y  $P_{Iny} = 50 \mu\text{W}$  se obtiene una región P1, pues las curvas con doble lazo son características de las soluciones P2 [17].

La región CH-IR se alcanza para  $P_{Iny} = 200 \mu\text{W}$ , obteniendo un perfil de  $P(t)$  con oscilaciones aleatorias y sin una amplitud o frecuencia determinada (Figura 4.4 (h)). El OFC del espectro óptico (Figura 4.4 (g)) se destruye completamente y el diagrama de estados de la Figura 4.4 (i) describe una trayectoria irregular que para rangos de tiempo suficientemente grandes cubriría todo el espacio.

En la Figura 4.5 se muestra el mapa de las regiones dinámicas obtenido en [2], marcando los puntos correspondientes a las condiciones de inyección de los resultados de la Figura 4.4, obteniendo las mismas regiones que mediante el análisis de los resultados de la simulación.



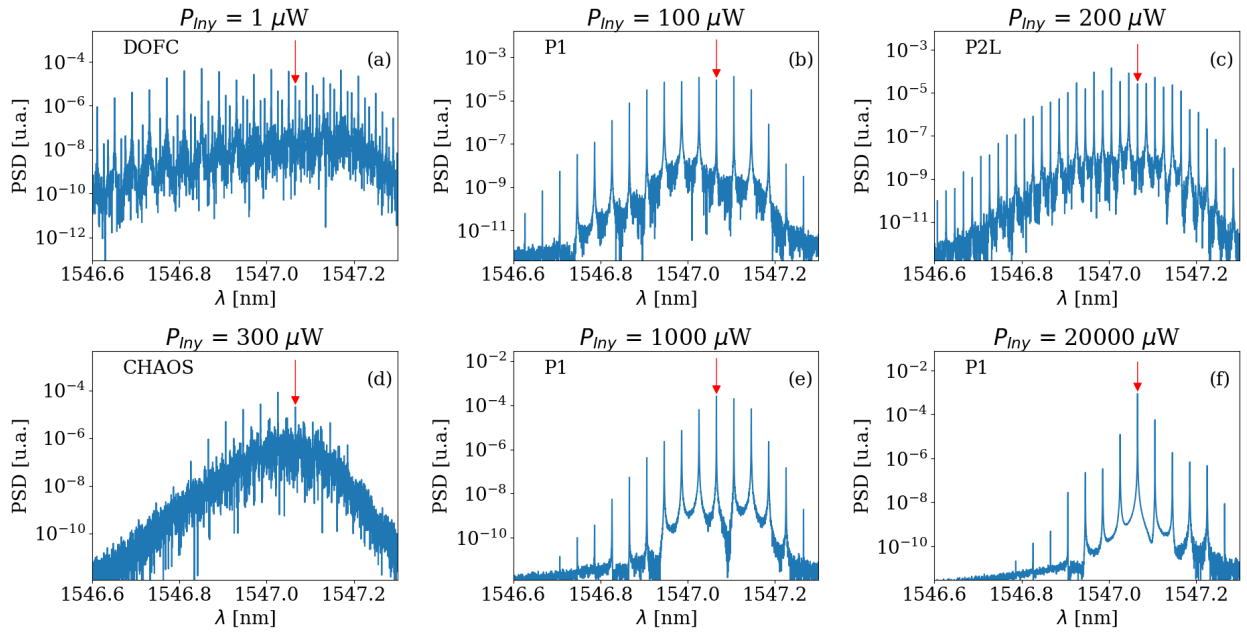
**Figura 4.5:** Mapa con las diferentes regiones dinámicas en función de  $P_{inj}$  y  $\delta\nu$  obtenido a partir de [2]. Se han marcado los puntos correspondientes a las condiciones de inyección de la Figura 4.4.

## Capítulo 5

# Inyección Óptica en un láser encendido por ganancia

En este capítulo se han combinado los métodos de generación de OFC estudiados en los capítulos anteriores, abordando el estudio de los regímenes dinámicos que existen en la generación de OFC mediante encendido por ganancia e inyección de luz. Se ha trabajado con el láser SL con  $I_{bias} = 35$  mA,  $V_{RF} = 1$ . V y alta frecuencia  $f_R = 5$  GHz. Para las condiciones de inyección de ML se ha tomado un único valor de  $\delta\nu = -2$  GHz, variando la potencia de inyección  $P_{Iny}$ .

En la Figura 5.1 se muestran los espectros ópticos de las diferentes regiones dinámicas obtenidas para distintas  $P_{Iny}$  a  $\delta\nu = -2$  GHz.



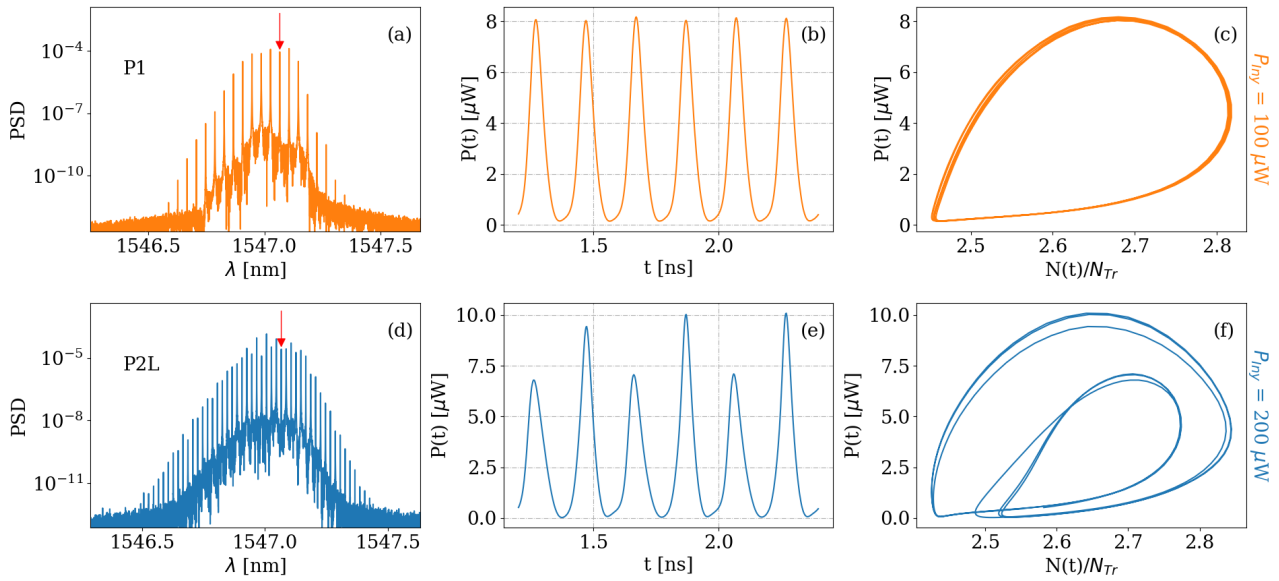
**Figura 5.1:** Espectros ópticos obtenidos mediante encendido por ganancia e inyección óptica de las diferentes regiones dinámicas obtenidas para diferentes  $P_{Iny}$  a  $\delta\nu = -2$  GHz. Se indica la frecuencia de inyección  $\nu_{ML}$  con una flecha y  $P_{Iny}$  para cada espectro óptico.

Para  $P_{Iny} = 1$   $\mu$ W se obtiene un espectro óptico con doble peine óptico de frecuencias, DOFC

(Figura 5.1 (a)). Este consiste en la superposición de dos peines, el obtenido sin inyección óptica, y el centrado en la frecuencia del láser maestro  $\nu_{ML}$ , con una separación de frecuencias entre líneas también de  $f_R$ . El DOFC desaparece al aumentar la potencia de inyección, obteniendo un OFC simple en la región P1 para  $P_{Iny} = 100 \mu\text{W}$  (Figura 5.1 (b)). Este OFC tiene una línea que aparece a  $\nu_{ML}$  y la separación entre líneas sigue siendo  $f_R$ . Al aumentar  $P_{Iny} = 200 \mu\text{W}$  se produce un doblamiento de periodo P2, obteniendo un OFC cuyas frecuencias de separación entre pico es la mitad que para la región P1 (Figura 5.1 (c)). La región de caos, CHAOS, se obtiene para  $P_{Iny} = 300 \mu\text{W}$ , para la que el OFC se destruye (Figura 5.1 (d)). Con altas potencias de inyección  $P_{Iny} = 1000 \mu\text{W}$  y  $20000 \mu\text{W}$  se alcanza nuevamente la región P1 con un pico máximo para la frecuencia de inyección  $\nu_{ML}$ . Dentro de esta región, al aumentar  $P_{Iny}$  tanto el ruido debido a la emisión espontánea como el ancho de la envolvente del OFC disminuyen, mientras que el pico con la frecuencia de inyección aumenta.

Se han estudiado y comparado algunos casos concretos de las regiones mostradas en la Figura 5.1, analizando el comportamiento de las variables internas con el objetivo de entender mejor los fenómenos que se producen en cada caso, de cara a realizar una correcta distinción de las diferentes regiones dinámicas.

En la Figura 5.2 se muestran los espectros ópticos,  $P(t)$  y la proyección del atractor en el plano  $(N(t), P(t))$  del espacio de estados; para  $\delta\nu = -2\text{GHz}$  y  $P_{Iny} = 100 \mu\text{W}$  y  $200 \mu\text{W}$ .

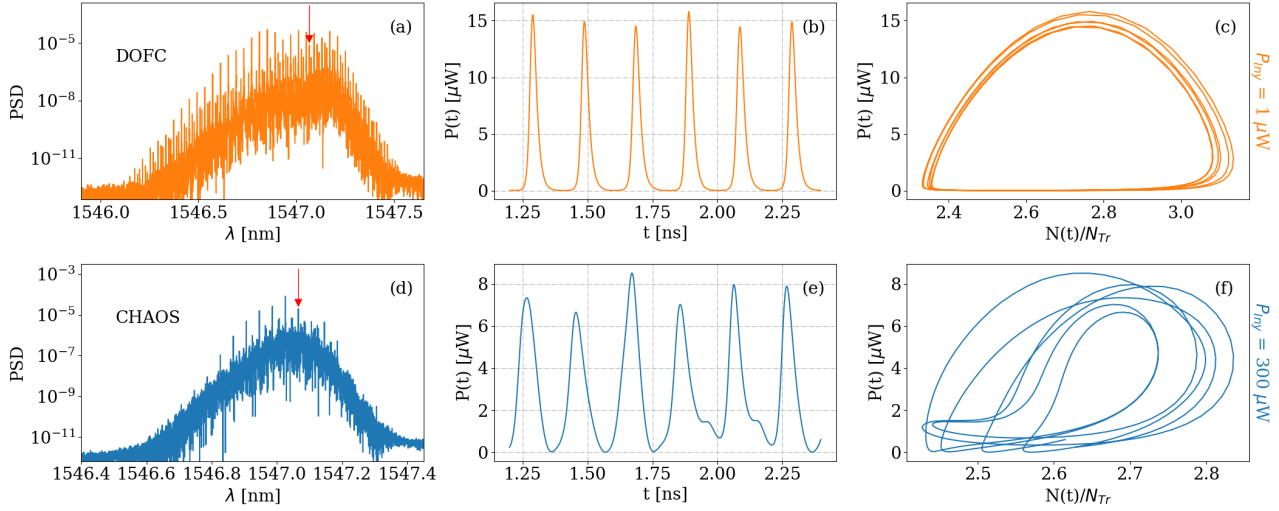


**Figura 5.2:** Espectros ópticos,  $P(t)$  y proyección del atractor en el plano  $(N(t), P(t))$  del espacio de estados; para  $\delta\nu = -2\text{GHz}$  y  $P_{Iny} = 100 \mu\text{W}$  (P1, naranja) y  $200 \mu\text{W}$  (P2, azul).

Los resultados de la Figura 5.2 permiten ilustrar la transición entre las soluciones P1 y P2. En el espectro óptico de  $P_{Iny} = 100 \mu\text{W}$  (Figura 5.2 (a)) se obtiene un OFC cuya separación entre picos es  $\Delta f = 5.2 \text{ GHz}$ , mientras que para el OFC obtenido con  $P_{Iny} = 200 \mu\text{W}$  (Figura 5.2(d)) la separación es de  $\Delta f = 2.6 \text{ GHz}$ , siendo la mitad en frecuencias que en el caso anterior. Ésto indica como entre las potencias  $P_{Iny} = 100 \mu\text{W}$  y  $200 \mu\text{W}$  se van desarrollando picos intermedios entre los picos observados en la Figura 5.2 (a), obteniendo la bifurcación de doblamiento de periodo. Esto se puede observar en la Figura 5.2 (e) en la que la diferencia de amplitudes entre picos consecutivos

produce que el periodo de las oscilaciones de  $P(t)$  no sea el tiempo entre estos picos, sino el tiempo entre picos con la misma amplitud, por tanto el periodo es el doble, lo que es característico de P2. También se puede observar en la Figura 5.2 (f) en la que se obtiene un lazo extra con un diagrama similar al de la Figura 4.4 (f) para la región P2 del capítulo anterior.

En la Figura 5.3 se muestran los espectros ópticos,  $P(t)$  y la proyección del atractor en el plano  $(N(t), P(t))$  del espacio de estados; para  $\delta\nu = -2\text{GHz}$  y  $P_{Iny} = 1\text{ }\mu\text{W}$  y  $300\text{ }\mu\text{W}$ .



**Figura 5.3:** Espectros ópticos,  $P(t)$  y proyección del atractor en el plano  $(N(t), P(t))$  del espacio de estados; para  $\delta\nu = -2\text{GHz}$  y  $P_{Iny} = 1\text{ }\mu\text{W}$  (DOFC, naranja) y  $300\text{ }\mu\text{W}$  (CHAOS, azul).

Los espectros ópticos de la Figura 5.3, con DOFC y CHAOS para  $P_{Iny} = 1\text{ }\mu\text{W}$  y  $300\text{ }\mu\text{W}$  respectivamente, han sido descritos anteriormente. Sin embargo, para la evolución temporal de  $P(t)$  con  $P_{Iny} = 1\text{ }\mu\text{W}$  (Figura 5.3 (b)) se muestran unos picos similares al caso sin inyección óptica, al igual que para la proyección del atractor (Figura 5.3 (c)), debido a que la inyección es débil. Además, se observa que  $P(t)$  llega a tomar valores suficientemente pequeños como para que domine la emisión espontánea, siendo esta la responsable del mayor ruido en el DOFC del espectro óptico.

Para la traza temporal de la potencia  $P(t)$  con  $P_{Iny} = 300\text{ }\mu\text{W}$  se obtienen picos con una cierta periodicidad, pero con diferencias entre los anchos de los picos, sus formas y, principalmente, sus máximos, obteniendo el comportamiento caótico que se muestra de la proyección del atractor (Figura 5.3 (f)).

## Capítulo 6

# Conclusiones

Se ha realizado el desarrollo completo de un programa para la simulación de peines de frecuencia óptica generados por láseres de semiconductor. Este programa ha permitido resolver las ecuaciones de balance que modelan la interacción entre los fotones y los portadores en un láser de semiconductor monomodo, mediante métodos de integración de ecuaciones diferenciales estocásticas.

A partir de los resultados obtenidos de la simulación se ha podido estudiar las características de los OFC generados mediante las técnicas de encendido por ganancia e inyección óptica. Para el caso del láser encendido por ganancia se ha procedido a caracterizar los peines de frecuencia óptica en función de la amplitud  $V_{RF}$  y la frecuencia  $f_R$  de la corriente inyectada. Se ha observado la creación y destrucción de los peines a medida que se aumentaba la amplitud, así como una mayor irregularidad para bajas frecuencias. El análisis de los espectros ópticos y la evolución temporal de las variables internas del láser ha permitido determinar las diferentes regiones dinámicas para distintos valores de la inyección óptica (caracterizada por  $P_{Iny}$  y  $\delta\nu$ ). El modelo teórico utilizado ha permitido obtener regiones de cambio de comportamientos correspondientes a bifurcaciones de Hopf (cambio del comportamiento IL  $\rightarrow$  P1) y de doblamiento de periodo (cambio del comportamiento P1  $\rightarrow$  P2).

El excelente acuerdo entre los resultados obtenidos de la simulación y los del experimento [1,2] muestra la gran capacidad predictiva del modelo. De esta forma, el análisis computacional de la simulación permite una mejor comprensión de los procesos físicos involucrados en la generación de OFC. La simulación supone una importante herramienta de cara a futuros estudios más detallados sobre las características de los OFC generados mediante encendido por ganancia e inyección óptica, de los cuales hemos obtenido resultados preliminares.

Cabe recordar que durante la simulación se ha trabajado con un tiempo transitorio, en el cuál se ha modificado la ecuación 2.14 utilizando el término  $\sqrt{|S(t)|}$ . Los buenos resultados obtenidos de la simulación avalan dicha corrección. Sin embargo, puede ser interesante para futuros estudios solucionar dicho problema disminuyendo el paso de integración, sin modificar la ecuación 2.14, obteniendo soluciones más rigurosas.

Otra posible mejora del programa es el aumento de la resolución de los espectros ópticos. Ésto permitiría estudiar la anchura de los picos de emisión de los OFC, pudiendo realizar el análisis de los efectos en el espectro óptico del ruido en la fase .

# Bibliografía

- [1] Jose Manuel G.Tijero Ángel Valle Luis Pesquera Alejandro Rosado, Antonio Pérez-Serrano and Ignacio Esquivias. Numerical and experimental analysis of optical frequency comb generation in gain-switched semiconductor lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, *aceptado*.
- [2] Diego Chaves y Ángel Valle. Peines de frecuencia óptica generados por láseres de semiconductor. *Trabajo Fin de Grado en preparación*.
- [3] Bahaa EA Saleh and Malvin Carl Teich. *Fundamentals of photonics*. John Wiley & Sons, 2019.
- [4] Crispin W Gardiner et al. *Handbook of stochastic methods*, volume 3. springer Berlin, 1985.
- [5] Orazio Svelto and David C Hanna. *Principles of lasers*, volume 4. Springer, 1998.
- [6] Alexandra Paola Popp y Ángel Valle. Polarización de láseres de cavidad vertical (VCSELs) sometidos a inyección óptica paralela. *Trabajo Fin de Grado*, Enero-2016.
- [7] Gutiérrez Desi. *Development and investigation of optical frequency combs for photonic communication systems*. PhD thesis, Dublin City University, 2017.
- [8] E Temprana, E Myslivets, BP-P Kuo, L Liu, V Ataie, N Alic, and S Radic. Overcoming kerr-induced capacity limit in optical fiber transmission. *Science*, 348(6242):1445–1448, 2015.
- [9] Nikolaus Schunk and Klaus Petermann. Noise analysis of injection-locked semiconductor injection lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 22(5):642–650, 1986.
- [10] Irshaad Fatadin, David Ives, and Martin Wicks. Numerical simulation of intensity and phase noise from extracted parameters for cw dfb lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 42(9):934–941, 2006.
- [11] Jaime Díez. TFG. <https://github.com/Jaimedgp/TFG>, 2019.
- [12] Travis E Oliphant. *A guide to NumPy*, volume 1. Trelgol Publishing USA, 2006.
- [13] William H Press, Saul A Teukolsky, William T Vetterling, and Brian P Flannery. Numerical recipes in c++. *The art of scientific computing*, 2:1002, 1992.
- [14] James W Cooley and John W Tukey. An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. *Mathematics of computation*, 19(90):297–301, 1965.
- [15] GHM Van Tartwijk and D Lenstra. Semiconductor lasers with optical injection and feedback. *Quantum and Semiclassical Optics: Journal of the European Optical Society Part B*, 7(2):87, 1995.



- [16] Alejandro Rosado, Antonio Perez-Serrano, Jose Manuel G Tijero, Angel Valle, Luis Pesquera, and Ignacio Esquivias. Experimental study of optical frequency comb generation in gain-switched semiconductor lasers. *Optics & Laser Technology*, 108:542–550, 2018.
- [17] Andrea Sconza and Giacomo Torzo. The torsion pendulum as a tool to study non-linear oscillations and the transition to deterministic chaos. *Physics teaching and learning. In GIREP book of selected papers dedicated to the memory of professor Arturo Loria*, 2005.

## Apéndice A

### Parámetros usados en la simulación

En este capítulo se muestran todos los parámetros utilizados en el programa de la simulación del trabajo. Estos parámetros aparecen en el script `Constants.py`, y se han obtenido de [1] y [2].

Símbolo	Valores	Unidades
$V_{act}$	$1.53 \times 10^{-17}$	$\text{m}^3$
$\Gamma$	0.06	-
$N_{tr}$	$1.3 \times 10^{24}$	$\text{m}^{-3}$
$B$	$1.5 \times 10^{16}$	$\text{m}^3\text{s}^{-1}$
$\frac{dg}{dN}$	$4.38 \times 10^{-20}$	$\text{m}^2$
$\tau_p$	2.17	ps
$A$	$2.8 \times 10^8$	$\text{s}^{-1}$
$C$	$9.0 \times 10^{-41}$	$\text{m}^6\text{s}^{-1}$
$\beta$	$5.3 \times 10^{-6}$	-
$\eta_f$	0.17	-
$\epsilon$	$1.97 \times 10^{-23}$	$\text{m}^3$
$\alpha$	3	-
$k_c$	$4.23 \times 10^{10}$	$\text{s}^{-1}$
$Z_0$	50	$\Omega$
$Z_l(\text{a } 5 \text{ GHz})$	92.25	$\Omega$
$Z_l(\text{a } 500 \text{ MHz})$	53.36	$\Omega$
$n_g$	3.5	-
$\lambda_{th}$	$1546.843 \times 10^{-9}$	m
$I_{th}$	14.8	mA

**Tabla A.1:** Parámetros utilizados en el programa de la simulación, obtenidos a partir de [1] y [2].

## Apéndice B

# Código de la simulación

En este capítulo se muestran partes del código de la clase `Simulation()` desarrollada para la simulación de peines de frecuencia óptica generados por láseres de semiconductor con encendido por ganancia e inyección de luz. No se muestra el código completo del programa de la simulación sino solo aquellas líneas de código consideradas las más importantes para entender el procedimiento utilizado para la resolución de las ecuaciones diferenciales estocásticas 2.1-2.3. El resto del código utilizado para la simulación se encuentra disponible para consulta en [11].

```
+----- 18 líneas -----+
19 import numpy as np
20
21 from Constants import *
22 from getDictValues import *
23
24 class Simulation():
25
26     def __init__(self, iBias, vRF, fR, pwrInjct=0, nuDetng=0, numWindw=1):
```

```
+----- 18 líneas -----+
44         #          2 sqrt(2) vRF
45         # I_bias + cLoss ----- sin(2 pi fR t)
46         #          z0 + zL
47         self.current = lambda t: (self.iBias*10**(-12)
48                                   + (cLoss*2.0*np.sqrt(2)*self.vRF
49                                       * np.sin(2*np.pi*fR*t)) / rInt
50                                   )
51
52         self.tWindw = 40.96
53         self.tTrans = 2.2
```

```
+----- 24 líneas -----+
77         mWindw = int(self.tWindw / delta)
78         mTrans = int(self.tTrans / delta)
79         tTotal = self.tWindw + self.tTrans
80         mTotal = int(tTotal / delta)
81         nTotal = mTotal*ndelta #int(tTotal / tIntev)
```

```
+----- 15 líneas -----+
96     def allSimulation(self):
```

```
+----- 20 líneas -----+
```

```

116     for win in range(0, self.numWindw):
117
118         # -----
119         # Gaussian arrays N(0,1) for the Noise
120         # -----
121         X = np.random.normal(0, 1, nTotal)
122         Y = np.random.normal(0, 1, nTotal)
123
124         # Initial conditions are defined in order to resolved the SDE
125         tempN = nTr
126         tempS = float(10**(15))
127         tempPhi = 0
128
129         for q in range(0, mTrans):
130             for k in range(0, ndelta):
131
132                 index = q*ndelta + k
133
134                 bTN = bTIntv * tempN * tempN
135                 invS = 1 / ((1/tempS) + epsilon)
136                 sqrtS = np.sqrt(abs(tempS))
137                 cosPhi = np.cos(tempPhi)
138                 senPhi = np.sin(tempPhi)
139
140                 tempPhi = (tempPhi + aphvgTGmm*tempN - self.phaseTerm
141                           + noisePhi*tempN*Y[index]/sqrtS
142                           - (ampInject/sqrtS)*senPhi*cosInject[index]
143                           + (ampInject/sqrtS)*cosPhi*senInject[index]
144                           )
145
146                 tempS = (tempS + vgTGmm*tempN*invS - vgTGmmN*invS
147                           - intTtau*tempS + btGmm*bTN
148                           + noiseS*tempN*sqrtS*X[index]
149                           + 2*ampInject*sqrtS*cosPhi*cosInject[index]
150                           + 2*ampInject*sqrtS*senPhi*senInject[index]
151                           )
152
153                 tempN = (tempN + self.currentTerm[index] - aTIntv*tempN
154                           - bTN - cTIntv*tempN**3 - vgT*tempN*invS + vgtN*invS
155                           )

```

+----- 10 líneas -----+

```

165         for q in range(mTrans, mTotal):
166             for k in range(0, ndelta):
167
168                 index = q*ndelta + k
169
170                 bTN = bTIntv * tempN * tempN
171                 invS = 1 / ((1/tempS) + epsilon)
172                 sqrtS = np.sqrt(tempS)
173                 cosPhi = np.cos(tempPhi)
174                 senPhi = np.sin(tempPhi)
175
176                 tempPhi = (tempPhi + aphvgTGmm*tempN - self.phaseTerm
177                           + noisePhi*tempN*Y[index]/sqrtS
178                           - (ampInject/sqrtS)*senPhi*cosInject[index]
179                           + (ampInject/sqrtS)*cosPhi*senInject[index]
180                           )
181
182                 tempS = (tempS + vgTGmm*tempN*invS - vgTGmmN*invS
183                           - intTtau*tempS + btGmm*bTN
184                           + noiseS*tempN*sqrtS*X[index]
185                           + 2*ampInject*sqrtS*cosPhi*cosInject[index]
186                           + 2*ampInject*sqrtS*senPhi*senInject[index]
187                           )
188
189                 tempN = (tempN + self.currentTerm[index]
190                           - aTIntv*tempN - bTN - (cTIntv*tempN**3)
191                           - vgT*tempN*invS + vgtN*invS
192                           )

```

+----- 10 líneas -----+

```

202         self.opField[q-mTrans] = (np.sqrt(constP*tempS)
203                                   * np.exp(1j*tempPhi)
204                                   + opFldInject
205                                   * np.exp(1j*angInject[index]))
206

```

+----- 6 líneas -----+

```

212         transFourier = np.fft.fft(self.opField)
213         self.TFavg += (abs(np.fft.fftshift(transFourier))
214                       * abs(np.fft.fftshift(transFourier))
215                       / float(self.numWindw)
216                       )
217
218         self.TFang += (np.angle(np.fft.fftshift(transFourier))
219                       / float(self.numWindw)
220                       )

```

+----- 39 líneas -----+